

Concours A-BCPST, rénové

Epreuve écrite : Physique-Chimie, Analyse de documents scientifiques, durée 3h

Sujet « zéro »

Thème : Transferts thermiques et croissance microbienne au sein d'un réfrigérateur ménager

Le sujet s'inspire principalement de l'article intitulé 'Evaluation de la chaîne du froid par des approches déterministes et stochastiques' publié dans la Revue Générale du Froid (volume 1127, pages 62 à 68) par O. Laguerre, M.H. Hoang, E. Derens, G. Alvarez et D. Flick.

L'objectif général est de prédire l'influence des conditions de fonctionnement d'un réfrigérateur ménager (température extérieure, réglage du thermostat) et du comportement du consommateur (positionnement correct du produit, durée de conservation) sur la croissance microbienne au sein d'un aliment. Cette croissance microbienne dépend bien sûr de la température, d'où l'importance de comprendre les phénomènes de transfert thermique au sein des réfrigérateurs.

L'analyse proposée dans le sujet s'appuie sur cinq documents scientifiques présentés ci-dessous et elle mobilise également les acquis personnels dans le cadre de la préparation au concours.

Documents scientifiques

Document 1 : Moyenne temporelle des températures en fonction de la position dans le réfrigérateur et des conditions opératoires.

Des mesures de température ont été réalisées dans deux réfrigérateurs ménagers choisis pour être représentatifs des modèles les plus couramment vendus en France : un réfrigérateur dit 'à froid statique' dépourvu de tout ventilateur et un réfrigérateur à froid ventilé. Une fois étalonnés, on estime que les capteurs de température ont une précision de $\pm 0,1^{\circ}\text{C}$. Une mesure est prise toutes les 30 secondes et on effectue une moyenne sur 24h au moins.

Ces mesures ont été prises à différentes positions dans l'air et dans les produits, au niveau du capteur thermostatique du réfrigérateur situé au bas et au fond du réfrigérateur ainsi qu'à l'extérieur du réfrigérateur. On a fait varier la température extérieure et le réglage du thermostat. Ensuite, on a corré

la température moyenne des produits situés sur la partie haute (respectivement sur la partie basse) du réfrigérateur avec la température du thermostat et la température extérieure.

Pour le réfrigérateur à froid statique, on obtient :

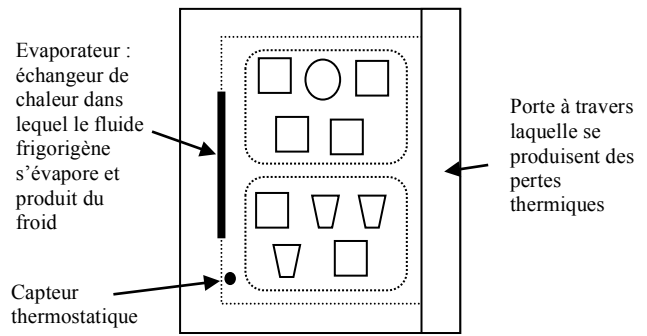
$$T_{\text{produit.haut}} = 0,0723 T_{\text{extérieure}} + 0,9277 T_{\text{thermostat}} \quad (1)$$

$$T_{\text{produit.bas}} = 0,0077 T_{\text{extérieure}} + 0,9923 T_{\text{thermostat}} \quad (2)$$

Pour le réfrigérateur à froid ventilé, on obtient :

$$T_{\text{produit.haut}} = 0,0343 T_{\text{extérieure}} + 0,9657 T_{\text{thermostat}} \quad (3)$$

$$T_{\text{produit.bas}} = 0,0147 T_{\text{extérieure}} + 0,9853 T_{\text{thermostat}} \quad (4)$$



Il est à noter qu'en France, 70% de réfrigérateurs sont à froid statique et 30% à froid ventilé (Diouris et Mahé, 2007).

Le tableau ci-dessous montre les résultats expérimentaux pour un réfrigérateur à froid statique dans deux conditions particulières :

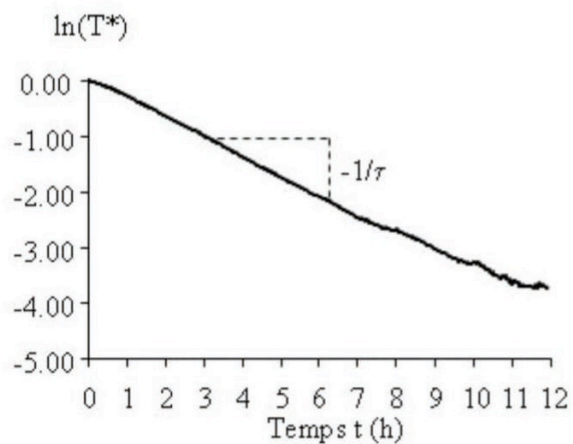
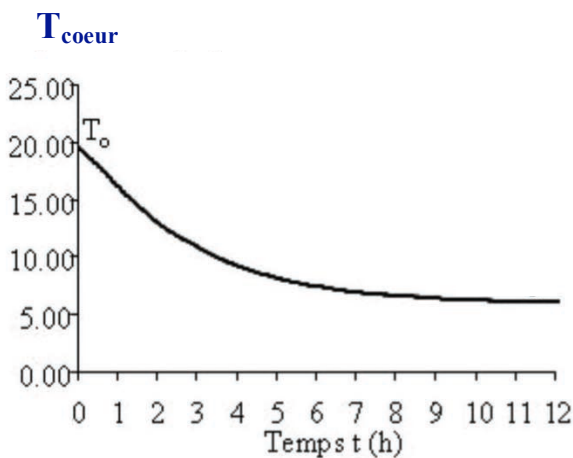
$T_{\text{extérieure}}$	$T_{\text{thermostat}}$	$T_{\text{produit.haut}}$	$T_{\text{produit.bas}}$
20,6°C	4,5°C	6,1°C	4,1°C
25,1°C	2,1°C	3,9°C	2,8°C

Document 2 : Évolution de la température au cœur d'un produit alimentaire initialement à température ambiante placé dans une ambiance froide.

Pour évaluer l'ordre de grandeur du temps nécessaire au refroidissement d'un produit initialement à température ambiante dans un réfrigérateur, l'expérience suivante a été réalisée. Un produit alimentaire de faible dimension : saucisson d'un rayon d'environ 1cm, initialement à température uniforme de $T_0=20,0$ °C a été placé dans une enceinte à température contrôlée non ventilée à $T_a = 6,0$ °C et sa température à cœur $T_{\text{cœur}}$ a été suivie par un capteur d'une précision de +/- 0,1°C.

La figure ci-dessous montre l'évolution au cours du temps de la température à cœur ainsi que celle du logarithme népérien de la température adimensionnelle T^* , cette dernière étant défini par :

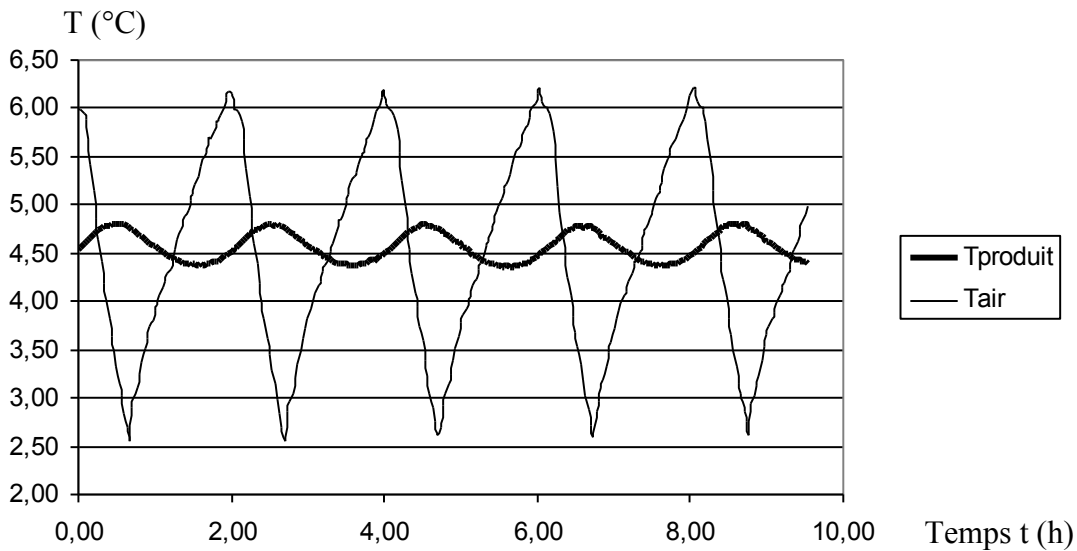
$$T^* = (T_{\text{cœur}} - T_a) / (T_0 - T_a).$$



Document 3 : Évolution au cours du temps de la température de l'air et d'un produit dans un réfrigérateur.

La régulation de température d'un réfrigérateur ménager est dite 'tout ou rien'. Lorsque la température mesurée par le capteur thermostatique dépasse le seuil haut, le compresseur de la machine frigorifique se met en route, la production de froid fait alors diminuer la température. Lorsque le capteur thermostatique atteint le seuil bas, le compresseur s'arrête et la température remonte à cause des pertes thermiques à travers les parois latérales et la porte.

La figure suivante montre l'évolution de la température à cœur d'un produit et de celle de l'air situé à proximité en l'absence d'ouverture de porte.



Document 4 : Évolution de la charge microbienne.

En première approche, en négligeant la période de latence, on peut utiliser l'équation du premier ordre ci-dessous pour représenter la cinétique de croissance microbienne :

$$\frac{dN}{dt} = \mu \cdot N$$

où N (t) est la charge microbienne à l'instant t (UFC/g : unités formant colonies/g) et μ est la croissance spécifique (s^{-1}). Le paramètre μ qui dépend essentiellement de la température est exprimé par le modèle de Ratkowsky et al. (1982) ci-dessous :

$$\sqrt{\mu} = b(T - T_{min})$$

où T_{min} est la température minimum en dessous de laquelle il n'y a pas de croissance bactérienne et b est un coefficient. Pour *Listeria monocytogenes*, Duh et Schaffner (1993) ont rapporté que $T_{min} = 0 \text{ °C}$ et $b = 0,00035 \text{ s}^{-1/2}\text{°C}^{-1}$. Les modèles plus sophistiqués proposés par Baranyi et al (1993) et Zwietering et al (1996) pourraient également être utilisés avec la même approche.

Document 5 : Paramètres aléatoires.

Des lois de distribution des paramètres aléatoires ont été ajustées d'après des données d'enquêtes (cf. tableau ci-dessous). La loi normale a été utilisée pour représenter la distribution de température et la loi exponentielle pour la distribution de temps de séjour.

Maillon	Paramètre aléatoire	Loi de distribution	Référence
Réfrigérateur	$T_{extérieure}$	$N(16,7\text{°C} ; 3,1\text{°C})$	Hunt et Gidman (1982)

domestique	$T_{\text{thermostat}}$	N(6,0°C ; 2,3°C)	Laguerre <i>et al.</i> (2002)
	Temps de séjour (jours)	Exp(2.8)	Cemagref et ANIA (2004)

distribution normale: N(moyenne , écart type), distribution exponentielle: Exp(moyenne)

Références bibliographiques

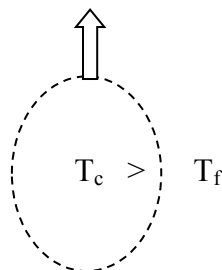
- Cemagref et ANIA (2004). La chaîne du froid du fabricant au consommateur: résultats de l'audit ANIA/Cemagref. *Revue Générale du Froid & du conditionnement d'air*, 1042, 29-36.
- Baranyi, J., Roberts, T.A., McClure, P.J., 1993. A non-autonomous differential equation to model bacterial growth. *Food Microbiology*, 10, 43-59.
- Diouris, A., Mahé, C. (2007). Réfrigérateurs et congélateurs domestiques: consommer moins et conserver mieux tout en préservant l'environnement. *Revue Générale du Froid & du conditionnement d'air*, 1079, 41-46.
- Duh, Y. H., Schaffner D. W. (1993). Modeling the effect of temperature on the growth rate and lag time of *Listeria innocua* and *Listeria monocytogenes*. *Journal of Food Protection*, 56, 205-210.
- Hunt, D.R.G., Gidman, M.I., (1982). A national field survey of house temperatures. *Building and Environment*, 17(2), 107-124.
- Laguerre, O., Derens, E., Palagos, B. (2002). Study of domestic refrigerator temperature and analysis of factors affecting temperature: a French survey. *International Journal of Refrigeration*, 25(5), 653-659.
- Ratkowsky, D.A., Olley, J., McMeekin, T.A., Ball, A. (1982). Relationship between temperature and growth rate of bacterial cultures. *Journal of Bacteriology*, 149, 1-5.
- Zwietering, M.H., De Koos, J.T., Hasenack, B.E., De Wit, J.C., Van't Riet, K. (1991). Modeling of bacterial growth as a function of temperature. *Applied and Environmental Microbiology*, 57, 1094 -1101.

Questions

Partie 1 : Questions sur des notions simples du programme en lien avec la thématique.

1.1) A composition constante, l'air peut être considéré comme un corps pur gazeux de masse molaire égale à 29 g.mol^{-1} . La pression dans le réfrigérateur est égale à la pression atmosphérique : $101,3 \cdot 10^3 \text{ Pa}$. Calculer la masse volumique de l'air à 4°C et 8° . On rappelle que $R=8,314 \text{ J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$

1.2) On considère une poche d'air chaud (à 8°C par exemple) en mouvement vertical dans de l'air froid (à 4°C par exemple). Indiquer la nature des forces en présence et leur direction. Exprimer le poids et la poussée d'Archimède en fonction du volume V de la poche, des masses volumiques et de l'accélération de la pesanteur. En déduire que la poche d'air chaud a tendance à monter dans l'air froid.



1.3) Pour un solide cylindrique ou sphérique, la résistance interne au transfert de chaleur entre le cœur du produit et la surface est proportionnelle à R/k où R est le rayon et k la conductivité thermique.

Entre la surface du solide à la température T_s et l'air à la température T_a , la densité de flux thermique peut s'écrire : $j_{th} = h.(T_a - T_s)$, où h est appelé coefficient de transfert. La résistance externe est alors proportionnelle à $1/(Sh)$, S représentant la surface d'échange. Le nombre de Biot Bi représente le rapport entre ces deux résistances : $Bi = (h.R)/k$. Le coefficient de transfert entre la surface d'un produit et de l'air non ventilé est de l'ordre de $5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$; la conductivité k du saucisson est de l'ordre de $0,5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$. Montrer que pour un saucisson d'un centimètre de rayon, le nombre de Biot est faible devant l'unité.

1.4) On considère un solide de capacité thermique massique constante. On néglige la résistance au transfert interne (nombre de Biot faible devant 1). Montrer à partir du premier principe de la

thermodynamique que l'évolution de la température T du solide placé dans de l'air à une température T_a est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_a - T}{\tau}$$

où τ est une fonction de la masse du solide (m), de sa capacité thermique massique (c), de la surface d'échange (S) et du coefficient de transfert entre la surface du produit et l'air (h).

1.5) On considère maintenant le cas particulier où le solide, initialement à la température T_0 , est placé dans l'air à température constante T_a . Montrer que l'évolution de la température T du solide au cours du temps t , suit la relation suivante : $(T-T_a)/(T_0-T_a) = e^{-t/\tau}$.

1.6) On admet que si $T_a(t) = T_{a,m} + \Delta T_a \cos(\omega t)$, alors l'évolution de $T(t)$ est de la forme :

$$T(t) = T_{a,m} + G \cdot \Delta T_a \cos(\omega t - \varphi) = T_{a,m} + G \cdot \Delta T_a \cos(\omega(t - \Delta t)) \text{ avec } G = 1/\sqrt{1 + (\omega\tau)^2} \text{ et } \varphi = \omega\Delta t = \arctan(\omega\tau).$$

Tracer schématiquement $T_a(t)$ et $T(t)$ pour $T_{a,m}=5^\circ\text{C}$, $\Delta T_a=2^\circ\text{C}$, $G=1/2$, $\Delta t=1/2$ heure et pour une pulsation ω correspondant à une période d'une heure.

Partie 2 : Analyse des documents.

2.1) Le document ne précise pas, pour le modèle prédisant les températures des chargements haut et bas, si la température est exprimée en kelvin ou en $^\circ\text{C}$. Montrer que la relation est en fait applicable quelle que soit l'échelle choisie.

2.2) D'après le modèle du document, envisager si la température du chargement haut est plus haute ou plus basse que celle du chargement bas. Proposer une explication.

2.3) D'après le modèle du document, expliquer si la différence de température entre le chargement haut et le chargement bas est plus grande ou plus petite dans un réfrigérateur à froid ventilé que dans un réfrigérateur à froid statique. Apporter des arguments.

2.4) En comparant le modèle et les résultats expérimentaux, envisager si les seules incertitudes expérimentales peuvent expliquer les écarts.

2.5) Un graphique du document montre $\ln(T^*)$ en fonction de t . Expliquer l'allure de la courbe.

2.6) Estimer l'incertitude sur $\ln(T^*)$ lorsque $T=T_0=20^\circ\text{C}$ et lorsque $T=T_a+1=7^\circ\text{C}$. En déduire une conséquence pour l'estimation de la pente.

2.7) En connaissant la masse, la surface d'échange et la capacité thermique massique du produit, déterminer quelle information peut être déduite à partir de la pente de ce graphique.

Estimer le temps caractéristique pour lequel $\ln(T^*)$ vaut -1. En déduire une approximation du coefficient de transfert au niveau du saucisson en considérant une masse volumique de l'ordre de $1100 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et une capacité thermique massique d'environ $3500 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

2.8) Donner la particularité des signaux que représentent les évolutions au cours du temps des températures d'air et de produit dans un réfrigérateur.

Envisager comment ces signaux pourraient être décomposés.

2.9) Déterminer l'ordre de grandeur de la période des signaux. Proposer un commentaire sur le comportement pendant chaque période.

2.10) Expliquer physiquement pourquoi l'amplitude d'un des signaux est plus faible que celle de l'autre. Expliquer physiquement les déphasages. Etablir un lien entre le décalage en temps des signaux et un autre temps caractéristique.

2.11) Étudier l'influence d'une période très grande sur les amplitudes des signaux. Dans le cas d'une période très petite, prévoir la conséquence sur l'amplitude des variations de température à cœur du produit par rapport à celle de l'air.

2.12) Expliquer qualitativement en prenant appui sur les questions 2.8 et 2.11, pourquoi le signal à cœur du produit se rapproche d'une fonction sinusoïdale alors que celui de l'air n'est pas sinusoïdal.

Partie 3 : Questions ouvertes sur le thème.

3.1) Décrire la circulation d'air au sein d'un réfrigérateur non ventilé.

3.2) Étudier l'effet d'une diminution d'écart entre le seuil haut et le seuil bas de la régulation thermostatique 'tout ou rien'. Envisager les avantages et les inconvénients d'une telle diminution.

3.3) En considérant les valeurs moyennes du temps de séjour, de la température de thermostat et de la température extérieure, comparer l'augmentation de la charge microbienne N/N_0 en fonction du type de réfrigérateur et de la position du produit dans le réfrigérateur (on négligera ici les fluctuations temporelles de la température). Proposer un commentaire.

3.4) Pour un produit placé en haut d'un réfrigérateur à froid statique pendant le temps de séjour moyen ($t=2,8$ jours), étudier l'influence de la température extérieure et du réglage du thermostat sur l'augmentation de la charge microbienne. Proposer un commentaire.

3.5) Pour un produit placé en haut d'un réfrigérateur à froid statique (avec $T_{\text{ext}}=16,7^\circ\text{C}$ et $T_{\text{th}}=6^\circ\text{C}$), calculer le pourcentage de produit pour lesquels N/N_0 est supérieur à 100 du fait de la distribution des temps de séjour.

3.6) Pour un produit dont la température varie de façon sinusoïdale autour d'une moyenne, la charge microbienne augmentera plus vite au moment où la température maximale est atteinte et moins vite au moment où la température minimale est atteinte. Envisager si les deux phénomènes se compensent exactement.

3.7) D'après les réponses aux questions précédentes, synthétiser en une quinzaine de lignes au maximum l'influence des paramètres opératoires et du comportement du consommateur sur l'évolution de la charge microbienne au sein d'un réfrigérateur. Proposer éventuellement des préconisations aux consommateurs et des suggestions pour les constructeurs de réfrigérateurs.