

**Annexe à l'arrêté du 6 novembre 2006 relatif au concours B (filière licence)  
d'admission dans certaines écoles d'ingénieurs**

**PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES CONCOURS B ENSA**

<b>1. ANALYSE</b>	<i>Le programme d'analyse doit permettre l'acquisition de la maîtrise du calcul pour son utilité dans les sciences de la vie. On se bornera à des exemples simples sans technicité lourde.</i>
<b>1.1 Fonctions numériques de la variable réelle</b>	
<p>Limite, continuité, dérivée, formule des accroissements finis, convexité et points d'inflexion.</p> <p>Fonctions logarithme népérien, exponentiel, puissance.</p> <p>Formes indéterminées, développements limités.</p> <p>Intégrales définies ; méthodes de calcul : intégration par parties et changement de variable (simple). Intégrale généralisée pour des fonctions positives.</p>	<p><i>La maîtrise de la notion de valeur absolue est un prérequis.</i></p> <p><i>-Aucune technicité n'est exigée en ce qui concerne les notions de limites et de continuité, mais le candidat doit pouvoir fournir une équation de tangente à une courbe, ainsi que sa position par rapport à cette tangente ; dresser un tableau de variations et faire une recherche d'extremum.</i></p> <p><i>-Le théorème des gendarmes pour la limite d'une fonction est au programme.</i></p> <p><i>-La règle de l'Hospital et le théorème sur la limite de la dérivée sont hors programme.</i></p> <p><i>-Le théorème de Rolle est au programme, ainsi que le théorème des valeurs intermédiaires. Pour la formule des accroissements finis on pourra avoir à utiliser l'égalité ou l'inégalité.</i></p> <p><i>-Pour la convexité, on se limitera aux cas simples de fonctions deux fois dérivables.</i></p> <p><i>-L'étude des branches infinies d'une courbe est au programme ainsi que la recherche d'asymptote horizontale, verticale, ou oblique (cas simples) et la position de la courbe par rapport à cette asymptote.</i></p> <p><i>-On se limitera à des développements limités simples (pas nécessairement en zéro) obtenus soit à partir des développements limités usuels en zéro, ou par la formule de Taylor Lagrange.</i></p> <p><i>-Les notions de fonctions équivalentes sont au programme, mais pas celles de grand O ou de petit o.</i></p> <p><i>-Pour une fonction continue et positive, le candidat devra pouvoir établir le lien entre aire et intégrale.</i></p>

	<p>-Le Théorème de la bijection réciproque pour une fonction continue strictement monotone sur un intervalle doit être connu.</p> <p>-Parmi les fonctions circulaires réciproques, seules l'arctangente est au programme ainsi que sa dérivée et les applications au calcul intégral.</p> <p>-Dans le cas d'intégration d'une fraction rationnelle, les décompositions à utiliser (à coefficients réels) seront données.</p> <p>-En trigonométrie, le candidat pourra avoir à intégrer un produit de fonctions trigonométriques de type : <math>\sin(ax + b)</math> ou <math>\cos(ax + b)</math>, ceci en lien avec les autres sciences.</p> <p>Intégrale double : le candidat doit pouvoir faire un calcul simple d'intégrale double sur un domaine, ceci en lien avec les couples de variables aléatoires.</p> <p>Pour les intégrales généralisées (de fonctions positives) la convergence (resp. divergence) s'obtiendra par majoration (resp. minoration) par une intégrale connue.</p>
<p><b>1.2 Equations différentielles</b></p>	<p>Pré requis : les nombres complexes, programme de terminale S.</p> <p>Notation exponentielle d'un nombre complexe.</p> <p>Applications : Résolution de l'équation du second degré à coefficients réels, somme et produit des racines.</p> <p>Les racines nièmes de l'unité sont hors programme.</p>
<p>Equation différentielle linéaire du premier ordre : méthode de variation de la constante.</p> <p>Equation différentielle du second ordre à coefficients constants, à second membre de la forme <math>P(x)</math> ou produit d'une exponentielle par une fonction trigonométrique.</p>	<p>On cherchera des solutions dans <math>\mathbb{R}</math> uniquement.</p> <p>Les candidats doivent pouvoir résoudre des équations différentielles simples en particulier des équations à variables séparées. Ils pourront utiliser les méthodes de leur choix.</p> <p>-La méthode de variation des constantes est hors programme pour les équations différentielles du second ordre.</p>
<p><b>1.3 Suites et séries (en vue des probabilités)</b></p>	
<p>Suites arithmétiques et géométriques.</p> <p>Convergence d'une suite.</p> <p>Convergence et divergence d'une série. Reste d'une série convergente.</p> <p>Série géométrique. Séries à termes positifs, comparaison de deux séries à termes positifs.</p>	<p>Les candidats doivent connaître la convergence des suites croissantes majorées (resp. décroissantes minorées) et le théorème des gendarmes.</p> <p>Les séries (à termes positifs) seront utiles dans un cadre probabiliste. On établira la convergence d'une série par majoration des sommes partielles, comparaison à une autre série ou à une intégrale.</p>

	<p><i>Pour cela il faut pouvoir établir la convergence et calculer la somme d'une série géométrique, donner la somme d'une série de terme général <math>nq^n</math>, <math>n^2q^n</math> ou d'une série exponentielle.</i></p> <p><i>Les sommes doubles (cas simples) sont également au programme, ceci en lien avec les couples de variables aléatoires.</i></p>
<p><b>2. ALGEBRE LINEAIRE</b></p>	<p><i>Ce programme représente une base minimale de connaissances sur laquelle s'appuiera le cursus d'ingénieur pour aborder des connaissances plus spécifiques : Statistiques, Analyse numérique, Modélisation. On n'étudiera que la dimension finie et le cas où le corps de base est celui des réels.</i></p> <p><b>Pré requis en géométrie :</b></p> <p><i>Le niveau de terminale S.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><i>-On se place dans le plan et l'espace de dimension 3 géométriques usuels, la notion générale d'espace affine est hors programme. Une origine étant choisie, un vecteur est représenté par un point du plan ou de l'espace.</i></li> <li><i>-Norme euclidienne d'un vecteur.</i></li> <li><i>-Produit scalaire de deux vecteurs, propriétés.</i></li> <li><i>-Expression de la norme et du produit scalaire dans une base orthonormale :</i></li> <li><i>-Produit vectoriel de deux vecteurs de l'espace et produit mixte.</i></li> </ul> <p><i>-Dans le plan :</i></p> <p><i>Equation d'une droite du plan, vecteur directeur, vecteur normal, calcul de la distance d'un point à une droite. Equation d'un cercle défini par son centre et son rayon.</i></p> <p><i>-Dans l'espace :</i></p> <p><i>Equations paramétrique et cartésienne d'un plan. Vecteur normal. Intersection de plans.</i></p> <p><i>-Angle de deux vecteurs du plan ou de l'espace, défini par son cosinus.</i></p>
<p>Espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels, combinaisons linéaires, indépendance linéaire, famille génératrice, famille libre, bases, sous-espaces engendrés.</p> <p>Applications linéaires, composition d'applications linéaires, image, noyau, rang. Théorème du rang.</p> <p>Matrice d'un système de vecteurs, d'une application linéaire.</p>	<p><i>La notion de somme directe de deux (ou plus) sous espaces vectoriels doit être connue, ainsi que celle de sous espaces supplémentaires.</i></p> <p><i>Une application linéaire étant déterminée par l'image des vecteurs de la base canonique, le</i></p>

<p>Opération sur les matrices, rang d'une matrice.</p> <p>Système d'équations linéaires. Déterminants d'une matrice carrée d'ordre 2 ou 3. (Pour ce paragraphe, on se limitera au calcul pratique, dans le but de simplifier le travail d'inversion et de diagonalisation des matrices.).</p> <p>Inversion d'une matrice carrée, calcul pratique de l'inverse d'une matrice (2,2) et (3,3).</p> <p>Valeurs propres, vecteurs propres, sous espaces propres. Exemples de diagonalisation de matrices carrées.</p>	<p><i>candidat doit pouvoir donner la matrice de l'application linéaire dans les bases canoniques.</i></p> <p><i>Les projections ne sont pas explicitement au programme et les candidats n'ont pas de résultats à connaître à ce sujet, mais des exercices pourront les faire intervenir, auquel cas la définition et les propriétés utiles pour l'exercice seront rappelées.</i></p> <p><i>Les systèmes linéaires seront carrés ou non, le candidat doit pouvoir en donner une résolution par la méthode de son choix : pivot de Gauss, méthode de Cramer...etc</i></p> <p><i>Le candidat doit pouvoir inverser une matrice d'ordre deux ou trois par la méthode de son choix.</i></p> <p><i>Par la méthode de leur choix, les candidats doivent savoir déterminer les valeurs propres réelles et les vecteurs propres d'une matrice carrée d'ordre 2 ou 3, ainsi que les sous espaces vectoriels propres, ils doivent pouvoir conclure si la matrice est diagonalisable ou pas et effectuer les changements de base demandés. Ils doivent en particulier connaître les résultats suivants :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><i>- Toute matrice carrée à coefficients réels admet au moins une valeur propre complexe.</i></li> <li><i>- Une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre</i></li> <li><i>- Une famille obtenue par juxtaposition de bases de sous espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est libre.</i></li> <li><i>- En dimension trois, une matrice ayant trois valeurs propres distinctes est diagonalisable.</i></li> <li><i>- Une matrice carrée est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous espaces propres est égale à la dimension de la matrice.</i></li> <li><i>- Toute matrice carrée symétrique réelle est diagonalisable.</i></li> </ul>
--	--

<p style="text-align: center;"><b>3. PROBABILITES</b></p>	<p><i>On insistera sur les principes de base du raisonnement probabiliste en s'appuyant sur de nombreux exemples concrets. L'étude des variables aléatoires sera particulièrement développée.</i></p>
<p><b>3.1 Dénombrement</b></p>	
<p>-Combinatoire : Cardinal d'un produit cartésien, arrangements, permutations, combinaisons. -Formule du Binôme.</p>	<p><i>Le but de cette rubrique est de faciliter le calcul pratique des probabilités. Le candidat doit pouvoir dénombrer les combinaisons sans répétition d'éléments d'un ensemble E. il doit pouvoir donner le cardinal de l'ensemble des parties de E.</i></p>
<p><b>3.2 Eléments de théorie des probabilités</b></p>	<p><i>Aucune connaissance théorique n'est requise sur les notions de Tribu ou de Sigma-additivité. Les notions requises sont celles de :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><i>-Epreuve, expérience aléatoire, univers ou en ensemble des résultats possibles.</i></li> <li><i>-Evénement, événement certain, impossible, événements incompatibles.</i></li> <li><i>-Probabilité (propriétés usuelles), probabilité d'une réunion de deux ou trois événements.</i></li> <li><i>-la formule de Poincaré (ou formule du crible) n'est pas au programme.</i></li> <li><i>-Indépendance d'événements et d'épreuves.</i></li> </ul> <p><i>Les candidats doivent pouvoir calculer une probabilité conditionnelle par la méthode de leur choix : à l'aide d'un raisonnement ensembliste ou de formules (formule des probabilités totales, formule de Bayes) ou à l'aide d'arbres, tableaux ou diagrammes.</i></p>
<p>-Variable aléatoire à valeur dans <math>R</math>, fonction de répartition, variables aléatoires discrètes ou à densité. Espérance, variance. -Lois usuelles : binomiale, Poisson, exponentielle, uniforme, normale. -Variables aléatoires à valeurs <math>R^2</math>, discrètes ou à densité. - Lois marginales, lois conditionnelles, indépendance, covariance, corrélation. Somme de deux variables aléatoires indépendantes : loi, variance. -Approximation de la loi binomiale par la loi normale et la loi de Poisson.</p>	<p><i>Les étudiants doivent connaître le produit de convolution, dont la formule leur sera rappelée en cas de besoin.</i></p> <p><i>On pourra approcher la loi binomiale <math>B(n ; p)</math></i></p>

	<p><i>par une loi de Poisson si <math>n</math> supérieur ou égal à 25, <math>p</math> inférieur à 0,1 et <math>np</math> pas trop grand (inférieur à 5 ou 10 par exemple) ; et par une loi normale si <math>n</math> est supérieur à 25, et <math>np</math> et <math>n(1-p)</math> grands (supérieurs à 5 ou 10 par exemple).</i></p> <p><i>L'inégalité de Bien Aimé Tchebitcheff n'est pas au programme.</i></p> <p><i>Aucun résultat n'est à connaître sur la loi géométrique, ceux-ci seront donnés en cas de besoin, ainsi que la définition.</i></p> <p><i>Les lois discrètes seront données à valeurs dans <math>N</math> ou <math>Z</math>.</i></p> <p><i>Pour les lois à densité, celle-ci sera continue sauf en un nombre fini de points, et la fonction de répartition sera continue partout et continûment dérivable sauf en un nombre fini de points.</i></p> <p><i>On pourra utiliser les résultats sur l'intégrale de la densité d'une loi <math>N(0 ; 1)</math>, son espérance et sa variance.</i></p> <p><i>La somme de variables gaussiennes indépendantes est au programme.</i></p> <p><i>Les théorèmes limites (loi faible des grands nombres, théorèmes de la limite centrée) ne sont pas au programme, en cas de besoin, les approximations seront données aux candidats.</i></p>
--	--

**Annexe à l'arrêté du 6 novembre 2006 relatif au concours B (filière licence)  
d'admission dans certaines écoles d'ingénieurs**

**PROGRAMME DE PHYSIQUE CONCOURS B ENSA**

<p><b>Programme de physique du baccalauréat S</b></p>	<p><i>Pré-requis général</i></p>
<p><b>Mécanique du point dans un repère galiléen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- principe fondamental de la dynamique</li> <li>- travail et puissance d'une force</li> <li>- énergie cinétique et potentielle</li> </ul>	<p><i>Sont notamment au programme :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- les notions de forces conservatives et d'énergie mécanique,</li> <li>- le théorème de l'énergie cinétique en incluant le cas où certaines forces ne sont pas conservatives.</li> </ul> <p><i>On se limitera aux coordonnées cartésiennes. Le théorème du moment cinétique est hors programme. La notion d'énergie potentielle ne sera utilisée que dans le cas unidimensionnel (ceci rend facultative l'utilisation de la notion de gradient d'une fonction de plusieurs variables).</i></p>
<p><b>Notion de couple</b></p>	<p><i>Moment d'une force par rapport à un axe fixe. L'utilisation du produit vectoriel pourra être évitée en utilisant la notion de bras de levier. On n'envisagera pas le cas d'un moment réparti (en volume, en surface...). Cette notion pourra être appliquée à l'équilibre d'un solide : nullité de la résultante des forces extérieures et nullité du moment résultant. Aucune autre connaissance n'est exigible.</i></p>
<p><b>Statique des fluides</b></p>	<p><i>Sont notamment au programme :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- la loi de l'hydrostatique,</li> <li>- l'évolution de la pression avec l'altitude dans un fluide pesant (cas unidimensionnel),</li> <li>- le théorème d'Archimède (admis sans démonstration).</li> </ul> <p><i>Le calcul de forces pressantes nécessitant des intégrales multiples est hors programme. La détermination du point d'application d'une force pressante est hors programme.</i></p>

<p><b>Loi d'Ohm et de Fourier pour des flux unidirectionnels</b></p>	<p><i>Sont notamment au programme :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- la loi d'Ohm locale et la notion de conductivité électrique,</li> <li>- la loi de Fourier et la notion de conductivité thermique.</li> </ul> <p><i>On se limitera à des problèmes monodimensionnels, plan, cylindrique ou sphérique et en régime permanent (le potentiel ne dépendant alors que d'une seule variable). Aucune connaissance sur l'équation de la chaleur ainsi que sur ses méthodes de résolution n'est exigible.</i></p>
<p><b>Premier principe de la thermodynamique</b>  <b>Gaz parfaits</b>  <b>Changement d'état d'un corps pur</b>  <b>Solutions idéales</b></p>	<p><i>Sont notamment au programme :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- les notions d'énergie interne et d'enthalpie,</li> <li>- les notions de capacités thermiques à pression constante et à volume constant d'un gaz,</li> <li>- la notion de capacité thermique d'un solide ou d'un liquide incompressible et indilatable,</li> <li>- l'expression du travail et de la puissance d'une force de pression,</li> <li>- la notion de flux de chaleur,</li> <li>- la notion de température absolue (en kelvin) et de température en degré Celsius,</li> <li>- les lois d'état d'un gaz parfait : <ul style="list-style-type: none"> <li>• relation entre pression, volume et température,</li> <li>• relation entre énergie interne et température,</li> </ul> </li> <li>- la relation de Mayer portant sur la différence des capacités thermiques à pression et à volume constant d'un gaz parfait,</li> <li>- la notion de pression partielle,</li> <li>- la notion d'enthalpie de changement d'état d'un corps pur (à température et pression fixées),</li> <li>- le diagramme d'état (p,T) d'un corps pur,</li> <li>- la notion de point triple,</li> <li>- l'expression (admise sans démonstration) du potentiel chimique d'un constituant dans un mélange idéal</li> </ul>

	<p><i>et sa généralisation au cas des solutions diluées,</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>la loi de Raoult.</i></li> </ul> <p><i>On admettra sans démonstration qu'en l'absence de couplage :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>le flux de chaleur est dirigé de la plus forte vers la plus faible température,</i></li> <li>- <i>le flux d'un constituant est dirigé du plus fort potentiel chimique vers le plus faible potentiel chimique de ce constituant.</i></li> </ul> <p><i>L'expression du premier principe est limitée aux systèmes fermés.</i></p> <p><i>Toute description microscopique est hors programme.</i></p> <p><i>Le second principe et la notion d'entropie sont hors programme.</i></p> <p><i>Les fluides réels sont hors programme.</i></p> <p><i>La loi de Henri est hors programme.</i></p> <p><i>La définition du potentiel chimique comme étant l'enthalpie libre molaire partielle est hors programme.</i></p>
<p><b>Réaction chimique d'ordre 1</b></p>	<p><i>Sont notamment au programme :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>la notion de vitesse de réaction,</i></li> <li>- <i>l'expression sous la forme d'une équation différentielle d'un phénomène répondant à une cinétique d'ordre 1.</i></li> </ul> <p><i>Les réactions d'ordre supérieur et les techniques expérimentales de suivi des cinétiques chimiques sont hors programme.</i></p>