Commentaires sur les épreuves de Mathématiques - Informatique

Épreuve ÉCRITE de MATHÉMATIQUES "A"

Concours	Nb cand.	**Moyenne**	**Ecart type**	**Note la plus basse**	**Note la plus haute**
A BIO	2624	10,08	4,97	0,0	20,0
A ENV	1641	10,17	3,97	0,0	20,0
A PC BIO	687	10,51	3,95	0,0	20,0

<u>Analyse globale du sujet</u>

Le sujet portait sur une large partie du programme et était constitué de deux problèmes totalement indépendants, l'un sur l'algèbre linéaire et l'algorithmique et l'autre sur l'analyse.

Le but du problème I était de diagonaliser les matrices de la sous-algèbre des matrices complexes d'ordre quatre engendrée par une matrice de permutation circulaire d'ordre quatre et d'appliquer les résultats à l'étude d'une application linéaire particulière.

Le problème II se proposait de comparer l'intégrale sur un segment d'une application continue strictement monotone et l'intégrale de l'application réciproque sur le segment image.

Les deux sujets sont progressifs dans la construction et dans la difficulté : exemple, cas général, application puis extension pour le problème d'analyse.

Le premier problème demandait de la réflexion et il est dommage de constater que trop d'élèves n'ont pas pris la peine de chercher le lien existant entre les différentes questions et se sont lancés dans des méthodes longues et techniques de façon répétitive, ce qui bien entendu est très pénalisant sur le plan temps et compréhension du problème.

Le deuxième sujet recouvrait une grande partie du programme d'analyse et demandait des connaissances sur l'analyse de R très précises. Il est rappelé au candidat que l'analyse ne se limite pas à du calcul et demande rigueur et précision.

<u>Analyse détaillée du sujet</u>

Premier problème **:**
Partie I

1 la résolution est correcte malgré parfois des affirmations sans réels justificatifs

2.1 la recherche du spectre est juste mais certains candidats se contentent de vérifier que 1, i, -1, -i sont valeurs propres sans justifier le fait que ce soient les seules.

2.2 les sous-espaces propres sont souvent trouvés mais peu de liens entre le problème posé, les calculs et les conclusions.

3.1 calculs en général justes.

3.2 les conclusions sont correctes, les propriétés utilisées sont mal dégagées

3.3 Trop souvent les candidats ne distinguent vecteurs propres d'une matrice et vecteurs propres de l'application linéaire associée.

3.4 Confusion entre quatre valeurs propres et quatre valeurs propres distinctes, ce qui bien entendu génère une faute de raisonnement lorsque les valeurs propres dépendent d'un paramètre et peuvent ne pas être distinctes.
4.1 Il est dommage de refaire les calculs et de ne pas faire le lien avec les questions précédentes.
4.2 Certains semblent ignorer le lien existant entre valeur propre nulle et injectivité.
4.3 Peu abordé (un peu moins de la moitié des candidats) et souvent dans le binôme de Newton le cas k=0 n'est pas isolé, ce qui engendre des erreurs et la commutativité n'est pas clairement précisée.
5. moins de 10% des candidats ont proposé des algorithmes

Partie II
1. correct
2. correct malgré quelques confusions
3. rares sont les candidats qui font le lien avec la partie précédente, ce qui engendre des calculs inutiles
4. trop d'affirmations non justifiées

Deuxième problème :
Partie I
1.1 .1 bien.
1.1.2 certains, ne sachant trouver l'application réciproque, ont fait un changement de variables
1.2.1 l'existence des primitives n'est pas justifiée et souvent l'intervalle sur lequel celles-ci sont prises n'est pas indiqué et le candidat oublie souvent de préciser s'il prend ou non la primitive s'annulant en zéro.
1.2.2 il fallait résoudre avec clarté le problème de la composée tant pour l'existence que pour la continuité et la dérivabilité.
1.2.3 de curieuses dérivations de la valeur prise par une dérivée en un point et les candidats ont été gênés par le fait que la « variable » ne s'appelait pas x. Peu de véritables justificatifs du fait que l'application était constante sur le segment.
1.2.4 correct
2.1.1 correct
2.1.2 correct
2.1.3 les méthodes semblent assimilées même si les calculs ne suivent pas toujours
2.2.1 souvent décevant, le problème de la non dérivabilité au bord de l'intervalle est complètement passé sous silence et de ce fait la stricte monotonie n'est pas réellement justifiée.
2.2.2 correct
2.2.3 convenable
3.1 la seconde inégalité est plus souvent traitée que la première.
3.2 L'étude des variations est bien faite.

Conclusions

Le sujet était abordable et l'épreuve a permis de bien trier les candidats en fonction de la qualité et de la maîtrise de leurs connaissances.
L'algèbre linéaire est mieux maîtrisée, l'algorithmique peu ou mal abordée et l'analyse de R trop souvent insuffisamment justifiée.
Nous attirons l'attention des candidats sur l'importance de la réflexion et de la rédaction :
Une analyse globale de l'énoncé permet de comprendre les différents liens entre les différentes questions et ainsi d'éviter de reprendre plusieurs fois les mêmes raisonnements.
Une analyse correcte des questions posées permet des réponses précises dégageant bien annonce, démonstration et conclusion et toute imprécision ou confusion tant au niveau du concept que du langage nuit à la bonne compréhension.

Correcteurs : Mmes et MM Bacquelin, Foulquier, Goix, Lebeau, Lelong, Maserak, Mesnager, Monna, Nouvet, Perret-gentil (R), Petavy, Prévost.
Expert : M. Cornillon

Épreuve ÉCRITE de MATHÉMATIQUES "B"

Concours	Nb cand.	Moyenne	Ecart type	Note la plus basse	Note la plus haute
A BIO	2624	10,04	3,92	0,0	20,0
A ENV	1641	10,15	3,91	0,0	20,0
A PC BIO	687	10,30	3,82	0,0	20,0

1. Présentation de l'épreuve

Le sujet proposé aux candidats portait sur l'étude de la probabilité d'extinction d'une population et comportait trois parties distinctes. En supposant que l'on parte d'un individu, et en notant D_1 le nombre d'individus de la seconde génération, on considérait successivement trois modèles à savoir les cas

1) La loi de D_1 est une loi de Bernouilli.

2) D_1 peut prendre trois valeurs 0, 1, 2.

3) D_1 suit une loi géométrique translatée de 1 à savoir

$$P\,(D_1 = k) = pq^{\,k} \text{ pour tout } k \geq 0, \text{ avec } 0 < p,q < 1.$$

Le problème faisait appel à des connaissances du Cours d'Analyse (l'étude des fonctions ainsi que notablement l'étude des suites récurrentes), et bien entendu du Cours de Probabilités (probabilités discrètes).

2. Analyse de l'épreuve

2.1 Première partie

Cette partie a été en général assez bien traitée. Il faut toutefois relever certaines erreurs qui ont été commises.
L'information sur le modèle a été parfois mal comprise. Par exemple pour la question 1)a), certains candidats affirment que la loi de D_n est la même que celle de D_1. Dans cette même question on trouve parfois $u_1 = \frac{1}{2}$ (une chance sur deux qu'il y ait un descendant).
Ces erreurs ne les empêchent pas de continuer et de trouver ensuite les résultats demandés.

A la question 2)b) on lit parfois $0 \leq p_1 \leq 1$ ce qui implique $p_1^n \to 0$ quand $n \to +\infty$...

A la question 2)c) l'égalité des évènements ($G>n$) et ($D_{n+1} \neq 0$) est rarement clairement justifiée. Pour établir ensuite la valeur de $P\ (G = n)$ on utilise parfois (bien évidemment à tort) l'indépendance des variables D_n et leur équidistribution.

2.2 Deuxième partie

A la question 2)b) on trouve peu de bonnes représentations graphiques des trois cas ; on trouve même des représentations avec $p_0+p_1+p_2 > 1$ ou encore telles que p_0 *ou* $p_2 = 0$. De plus certains candidats reprennent ces cas particuliers pour traiter la question suivante 2)c).

Dans la question 2)d) l'erreur fréquemment commise consiste à déduire directement (u_n) croissante de f croissante.

Au sujet de la question 3)a) les accroissements finis sont souvent mal utilisés, et ceux qui s'en dispensent se perdent souvent dans les calculs. On trouve également parfois que puisque $f'(1) < 1$ l'inégalité $(1 - u_{n+1}) \leq (1 - u_n)$ implique $(1 - u_{n+1}) \leq f'(1)\ (1 - u_n)$!

Les calculs de la question 3)b) sont souvent très mal conduits et inachevés.

Enfin dans le Lemme question 4) on trouve très peu de bonnes majorations pour établir le résultat de 4)2).

2.3 Troisième partie

Dans la question 1)b) la dérivée seconde est parfois fausse (le coefficient 2 manque ou encore le dénominateur est de degré 4). Beaucoup de candidats oublient de justifier d'abord que la fonction g est définie sur [0, 1] ($1 - qx \neq 0$ sur [0, 1]).

Des candidats perdent du temps à la question 1)c). Ils se lancent dans la recherche des racines, obtiennent un discriminant dont ils ne savent que faire, avant de vérifier que 1et x sont solutions.

La fin de cette partie a été peu traitée. Pour ceux qui l'ont abordée, le 2)a) a été laborieux, pire encore pour le 2)b) en vue d'exprimer w_{n+1} en fonction de w_n .

Pour terminer cette analyse on peut encore faire les quelques remarques générales suivantes :

- Certains candidats se lancent à tort et à travers dans des démonstrations par récurrence dans lesquelles ils ne démontrent rien.

- Trop de candidats ont du mal à mener jusqu'au bout un calcul. Une recherche au brouillon serait souvent profitable.

- Très peu de candidats mentionnent l'hypothèse de continuité en énonçant le théorème de point fixe pour les suites récurrentes.

3. Conclusion

On observe un niveau très hétérogène des copies. Le programme d'Analyse semble moins maîtrisé que celui de Probabilités. Points positifs, à l'exception de quelques rares copies qui sont de véritables brouillons, la plupart ont été bien présentées et correctement rédigées. De plus une majorité de candidats est honnête dans ses calculs, et ne cherche pas à tout prix à obtenir les résultats donnés dans l'énoncé.

Pour terminer, on peut considérer que le sujet proposé a permis de classer convenablement les candidats.

Correcteurs : Mmes et MM. C. Boschat, M. Broniatowsky, S. Brugère, J-F. Husson, J-L. Ladauge, J-P Lepeltier (R), J. Mallet, A. Matoussi, L. Mesnager, N. Rigal, P. Simondon, C. Vuillet.
Expert : M. J. Cornillon

Épreuve ORALE de MATHÉMATIQUES

Concours	Nb cand.	**Moyenne**	**Ecart type**	**Note la plus basse**	**Note la plus haute**
A BIO	1985	9,84	3,83	1,0	20,0
A ENV	801	10,85	3,59	2,5	19,0
A PC BIO	452	10,57	3,69	2,0	20,0

L'objectif idéal de l'interrogation orale est d'évaluer chaque candidat sur un large éventail des notions importantes qui lui sont enseignées. Dans cet objectif, chaque sujet est composé de deux exercices : l'un de probabilité, l'autre soit d'analyse, soit d'algèbre linéaire, soit de géométrie. D'autre part le jury est libre de demander des éclaircissements et des justifications sur les points exposés, il peut aussi poser des questions « d'ouverture », ce qui n'est pas pénalisant pour le candidat, bien au contraire, l'oral est un dialogue.

IMPRESSIONS MATHEMATIQUES :

1°) Probabilité

Beaucoup trop de candidats ne connaissent pas :
- la loi uniforme sur un ensemble fini,
- la définition de la covariance de deux variables aléatoires,
- la définition d'un système complet d'événements.

Les probabilités conditionnelles sont souvent utilisées à mauvais escient : parfois l'énoncé contient une information sur la probabilité conditionnelle P(A/B) qu'il s'agit d'utiliser pour calculer P($A \cap B$). Lorsque l'examinateur suggère ce point de vue au candidat, celui-ci tente de calculer P(A/B) par sa définition comme quotient $P(A\cap B)/P(B)$, ce qui, bien sûr, ne mène nulle part… On voit aussi heureusement des candidats utiliser parfaitement la formule de Bayes itérée pour calculer la probabilité d'une intersection d'une chaîne d'événements $P(A_1 \cap ... \cap A_n)$.

Des résultats faux trop souvent énoncés avec une grande certitude :
- Var(XY)=(VarX)(VarY), si X et Y sont indépendantes.
- La probabilité d'une réunion d'événements est la somme de leurs probabilités « parce qu'ils sont indépendants ».

L'indépendance de deux variables à densité est mal définie : trop de candidats pensent qu'il s'agit de $f_X(x).f_Y(y) = f_{(X,Y)}(x,y)$ pour tout $(x,y) \in R^2$ et bien sûr se contentent, pour démontrer qu'elles ne sont pas indépendantes, de vérifier en un point (x_0, y_0) que

$f_X(x_0)f_Y(y_0) \neq f_{(X,Y)}(x_0, y_0)$.
La confusion entre partie finie et partie d'aire nulle est très fréquente.

2°) Analyse

Rappelons que les études de fonctions ne servent pas seulement à établir l'allure de leurs graphes, mais aussi à prouver des inégalités ou établir l'existence, éventuellement l'unicité, de solutions de certaines équations. En général, ces études de fonction ne sont pas alors explicitement demandées, elles sont laissées à l'initiative des candidats ; une certaine réticence à établir les tableaux de variation a été constatée : la situation est alors décrite oralement de manière imprécise. Un tableau combiné s'impose dans le cas où le signe de la dérivée est lui-même déterminé par une étude de fonctions : les candidats montrent très peu d'enthousiasme à faire cette étude dans l'étude.
A l'occasion de ce type d'exercices, on a pu tester les connaissances des candidats sur le théorème de la bijection : ses hypothèses ne sont pas toujours au point.
Par ailleurs, le fait qu'une fonction continue sur un intervalle fermé borné atteigne ses bornes est méconnu ; pourtant, le programme parle de « l'image d'un segment par une fonction continue sur ce segment ».
Un grand classique, malheureusement « g'(0)=0, car g(0) est constante ». Très grandes difficultés pour dériver les fonctions réciproques, même celles dont le résultat doit être mémorisé, comme par exemple la fonction Arcsinus.

Trop de difficultés à dériver une intégrale fonction de sa borne supérieure.

Les équations différentielles, bien qu'utilisées fréquemment en physique, ne sont pas maîtrisées : par exemple, l'équation caractéristique de y '' + ay = 0 est $r^2 + ar = 0$, ou bien encore si l'équation caractéristique d'une équation différentielles homogène du second ordre à coefficients constants n'a pas de racines réelles, l'équation différentielle n'a pas de solution non plus… Le lien entre les solutions réelles et les solutions complexes est méconnu.

Difficultés à trouver tous les zéros de la fonction sinus, ignorance des formules trigonométriques élémentaires.

Il est assez désolant de voir que très peu de candidats font d'eux même des dessins ; cela permet parfois de faire l'économie de longs calculs et surtout d'éviter des erreurs.

La convergence des intégrales impropres est rarement justifiée : les calculs sont faits « sous réserve de convergence » en général précaution purement formelle car le candidat ne se soucie que très rarement de prouver qu'il y a convergence.

3°) Géométrie

Voici une liste de quelques regrettables lacunes :
- Ne pas connaître l'équation du cercle dans le plan euclidien.
- Ne pas savoir déterminer l'équation d'une droite du plan connaissant son coefficient directeur et son intersection avec l'axe des abscisses.
- Ne pas savoir interpréter géométriquement le coefficient directeur d'une droite comme taux d'accroissement ou en géométrie euclidienne comme tangente de l'angle avec l'axe des abscisses.

- Ignorer ce qu'est un vecteur normé.
- Ne pas savoir calculer l'aire d'un triangle au moyen du produit vectoriel.
- Ne pas savoir reconnaître si une base orthonormée est directe.

… et de non moins regrettables confusions :
Le produit vectoriel de deux vecteurs est … un scalaire et parfois le produit scalaire a trois composantes.

4°) Algèbre linéaire

Là aussi, le cours est connu de façon superficielle, le vocabulaire n'est pas maîtrisé
Beaucoup de candidats ne savent pas exprimer les coefficients $(AB)_{i,j}$ du produit de deux matrices en fonction de ceux des matrices A,B.
Certains n'hésitent pas à simplifier par une matrice non nulle en croyant que AB=AC entraîne que B=C, ou bien encore trouvent commode d'introduire (abusivement, bien sûr) la racine n-ième d'une matrice A, de parler de polynômes annulateurs de matrices alors qu'ils ont la plus grande difficulté à donner la définition d'une valeur propre, d'un vecteur propre.

Déduire de la relation fonctionnelle $g_o f=0$ la relation ensembliste $Im(f) \subset ker(g)$ relève alors de l'exploit… De même pour celle de Im(f) comme ensemble des vecteurs f(x).
La définition de $Vect\{x_1, \ldots, x_n\}$ comme ensemble de combinaison linéaires est trop souvent difficile à faire énoncer.

On peut rappeler que les opérations sur les colonnes (ou lignes) doivent se faire successivement (et non simultanément), que des valeurs propres parasites risquent d'être introduites en ne contrôlant pas l'annulation éventuelle du pivot. Et qu'il n'est pas utile d'appliquer la méthode de Gauss à une matrice triangulaire pour déterminer ses valeurs propres…

5°) Algèbre générale

Les erreurs dans la résolution des équations du second degré sont inadmissibles ; les calculs dans C ne sont pas maîtrisés et beaucoup de candidats ont des difficultés avec l'écriture trigonométrique d'un nombre complexe.
Cette année, particulièrement, oubli des coefficients binomiaux dans la formule du binôme.

On peut certes discuter l'universalité des notations dans le traitement d'un problème mathématiques, mais ce serait faire preuve de virtuosité de bien se sortir d'une situation où un entier se note x, un réel k un vecteur y et ses composantes Y_i ,etc : ce n'est pas le cas, des confusions graves sévissent.

Conclusion

L'épreuve orale permet de classer les candidats et, tout ceci étant dit, nous avons eu aussi le plaisir de rencontrer d'excellents candidats, et les remarques faites ici, ne remettent pas en cause la qualité de la formation.

Examinateurs : Mmes et MM. Brochier, Brugère, Chikhi, Fargier, Lascroux, Perrin, Pillons, Raynaud, Rigal, Vuillet.
Expert : Mme Perrin (R)

Épreuve ORALE d'INFORMATIQUE (facultative)

Concours	Nb cand.	**Moyenne**	**Ecart type**	**Note la plus basse**	**Note la plus haute**
A BIO	1299	13,63	3,24	0,0	20,0
A ENV	569	14,23	3,06	2,0	20,0
A PC BIO	304	13,98	2,91	3,5	20,0

Tout d'abord, les membres du jury constatent avec satisfaction une élévation générale du niveau des candidats montrant que la refonte progressive de l'épreuve, d'une part, et l'implication forte des préparateurs, d'autre part, ont porté leur fruits.

En effet, c'est avec satisfaction que nous voyons les élèves résoudre avec bonheur les exercices, proposant parfois même des solutions originales et fort intéressantes.

Cependant, tout n'est malheureusement pas parfait. La première constatation est que souvent, le candidat n'a pas bien préparé ou répété sa présentation. Certains nous demandent même ce qu'ils sont censés présenter….
A nouveau, nous répétons qu'une lecture des notes relatives à l'organisation de l'épreuve orale de l'informatique devrait permettre aux préparateurs et aux étudiants de comprendre l'organisation de l'épreuve. Cette note est accessible en téléchargement sur le site Internet du SCAV.

Si le jury a été souvent agréablement surpris par la qualité et l'originalité des sujets, il a cependant dû constater quelques "dérives" relativement aux projets. Ainsi certains projets ne correspondent absolument pas aux attentes du jury, soit du fait de leur excessive pauvreté soit du fait de leur débauche de fonctions complexes :

1) certains projets sont tellement simples qu'ils feraient honte à une calculatrice ! Ainsi pour la première fois depuis 10 ans, un programme de pH-métrie se résumait à un script ne faisant appel à aucune fonction et ne nécessitant aucune boucle !

2) d'autres projets sont tellement complexes que manifestement, ils ne peuvent être l'oeuvre des candidats mais de personnes ayant investi de nombreuses heures dans les fonctions avancées de Matlab ou SciLab. Ainsi nous avons eu droit à un programme de Sudoku faisait un usage intensif de find, randperm, reshape etc.

3) certaines "corrections collectives" fournies par un ou deux préparateurs ne laissaient aucun doute quant aux connaissances très parcellaires de ces derniers. Sans vouloir aucunement polémiquer, écrire le code suivant :

```
while 1
 if r <= length(x)
  if x(r)~=0
  ...
  end
 else
  break
 end
end
```

est une véritable hérésie mais qui ne fut malheureusement pas unique dans le programme dans lequel il a été trouvé. Dans le même ordre des choses, nous nous devons de citer ce parfait exemple illustrant une mauvaise utilisation de la récursion et qui a été trouvé systématiquement dans les programmes d'une classe :

```
function [A] = soduku
...
if ilfautrelancer == 1
 A = soduku;
end;
```

Ce code est d'autant plus critiquable puisque d'une part la récursion est hors programme et d'autre part s'agissant d'une récursion terminale, il est possible d'écrire le même code en utilisant une simple boucle.

Enfin, il a été trouvé une débauche d'utilisation par ces mêmes préparateurs de fonctions puissantes de Matlab, par ailleurs hors programmes, pour implanter des fonctionnalités élémentaires. Notamment un préparateur a fourni aux candidats la fonction suivante, fonction qu'aucun candidat n'a été en mesure d'expliquer :

```
function u=appartient(a, x)
f = find(x==a);
if(isempty(f) == 1)
 u = 0;
else
 u = 1;
end;
```

Nous attirons aussi l'attention sur le code suivant :

```
A(1:3, 1:3) = reshape(randperm(9), 3, 3);
```

que bien peu de candidats ont été capable de réécrire en utilisant des fonctions au programme. Nous conseillons aux préparateurs de relire avec soin les notes d’organisation de l’épreuve et notamment la liste des fonctions Matlab considérées comme « hors programme ».

Quant à la présentation des sujets par le candidat, nous avons malheureusement constaté que certains candidats n'étaient pas en mesure d'expliquer la problématique de leur problème. Nous donnons quelques exemples :

- des candidats nous soutenaient mordicus que les algorithmes génétiques servaient à modéliser l'évolution des populations et non à optimiser une fonction mathématique.
- d'autres nous présentaient des équations différentielles avec retard sans même être à même de nous expliquer ce qu'était une équation différentielle avec retard. De même ils utilisaient des formules données pour caractériser la solution sans avoir jamais essayé d'écrire ces formules et encore moins de rechercher comment ces formules avaient pu être trouvées (ce qui pour autant n'aurait pris que 5 minutes à faire).
- D'autres encore présentaient un sujet aux "fondements mathématiques" erronés et donnant des résultats tout à fait fantaisistes.

Enfin, il est rappelé une fois encore la nécessité que le candidat soit en mesure d'exposer le problème étudié ainsi que les fondements de la méthodologie employée pour étudier ou résoudre le problème donné.

En résumé, le cru 2006, pour l'épreuve d'informatique, si on excepte les quelques dérives mentionnées dans le texte ci-dessus, a été un bon cru et c'est avec plaisir que les examinateurs ont constaté une meilleure préparation des candidats et une élévation du niveau général de l'épreuve.
Il serait cependant dommage que cette belle image soit ternie par quelques candidats insuffisamment préparés.

Examinateurs : MM. Broyart, Doursat, Doussot, François, Jaffrot, **Monsuez** (R).