

## **Commentaires sur les épreuves de Mathématiques**

Épreuve ÉCRITE de MATHÉMATIQUES. Epreuve A. ....	2
Épreuve ÉCRITE de MATHÉMATIQUES, épreuve B .....	5
Épreuve ORALE de MATHÉMATIQUES .....	7
Épreuve ORALE d'INFORMATIQUE (facultative).....	10

## Épreuve ÉCRITE de MATHÉMATIQUES. Epreuve A.

---

Concours	Nb cand.	Moyenne	Ecart type	Note la plus basse	Note la plus haute
A BIO	2339	10,32	3,86	0,5	20,0
A ENV	1302	10,27	3,86	1,0	20,0
A PC BIO	645	10,65	3,74	1,0	20,0

### Epreuve.

Le sujet était constitué de deux problèmes qui recouvraient une grande partie du programme d'algèbre pour le problème 1 et du programme d'analyse pour le second.

- Le but du problème 1 était de développer des techniques matricielles sur une matrice non diagonalisable sur  $\mathbb{R}$ , pour l'étude d'une suite récurrente linéaire d'ordre trois. Une application informatique a été proposée en fin de problème.
- Le problème 2, sur trois parties, abordait des questions d'intégrales fonctions de leur borne supérieure et de leur étude en tant que fonctions, d'équations différentielles linéaires d'ordre 1, de développements limités, d'encadrements de fonctions, pour aboutir au calcul de  $\zeta(2)$ , somme de la fonction de Riemann.

### Remarques sur le problème 1.

1. Le raisonnement par récurrence est dans l'ensemble bien traité mais n'était pas demandé, quelques candidats ont décomposé la matrice  $J(a,b)$  en somme d'une matrice diagonale et d'une matrice nilpotente, puis appliqué la formule du binôme de Newton. Ceci nous montre la présence de personnes ayant bien assimilé certaines techniques du Programme.

2.a. Le passage par le calcul matriciel est général (mis à part quelques exceptions).

2.b. Cette question fait apparaître de grosses erreurs : calcul de  $\Phi^3(u)=(\Phi(u))^3$  par exemple.

2.c. Trop de candidats ne font pas le lien entre 2.a. et 2.c. et font une recherche de valeurs propres par une méthode de pivot. Il y a perte de temps.

3.a., 3.b. et 4.b. Souvent les candidats ne répondent pas aux questions ou alors ils le font de façon incomplète ( le caractère libre de la famille n'est pas signalé ).

On donne aussi parfois des bases sans respecter la contrainte de l'énoncé qui demande une troisième coordonnée égale à 1.

La caractérisation de la diagonalisabilité d'un endomorphisme est connue, mais on oublie de préciser que  $\{1,-3\}$  est le spectre de  $\Phi$  et 2.c. n'est pas utilisée.

4.c.  $\Phi(E) \subset E$  est rarement bien traitée mais on voit de bonnes démonstrations, d'autres ne voient pas le problème et s'imaginent que c'est toujours vrai. La somme exacte est bien traitée avec les dimensions et l'intersection nulle (parfois vide !) et aussi avec la réunion des bases.

5.a. Il fallait connaître la définition de la matrice d'un endomorphisme dans une base mais aussi voir le rapport avec 3.a., 3.b. et 4.a., certains refont tous les calculs ( et se trompent la deuxième fois ).

- 5.b. Le changement de base est compris mais il manquait souvent des données pour pouvoir conclure. Ici aussi il y a parfois un manque de réflexion, certains refont le calcul par récurrence de  $[J(1,-3)]^n$  et ne pensent pas à utiliser 1. ou se trompent sur la formule de  $[J(1,-3)]^n$ .
- 6.a. Question d'informatique souvent abordée, rappelons que l'indice 0 n'existe pas en Matlab mais dans l'esprit, cet algorithme ne devrait pas utiliser de variables indexées.
- 6.c. Commence à montrer quelques "abus" entre vectoriel et matriciel sur les Un.
- 6.d. Et cela continue avec la suite géométrique de raison  $\Phi$  !, on peut éventuellement accepter la raison M.

## Remarques sur le problème 2.

- I.1. Il faut donner la définition d'une fonction de classe  $C^1$ .  
Les candidats confondent intégrale et primitive et oublient de préciser que pour un quotient, le dénominateur ne doit pas s'annuler. Nous avons vu dans ce problème de trop nombreux points calculés mais non justifiés.  
Les développements limités sont mal traités, les  $o()$  se baladent n'importe où, on utilise souvent un développement limité de  $1/(1+u)$  en 0 alors que  $u$  ne tend pas vers 0 (II.1.b.)
- I.3. L'équation différentielle est souvent bien résolue, le cours est connu mais que d'erreurs de calcul !
- I.6. Question souvent laborieuse. Ici encore, nous voyons que les candidats ont du mal à être précis et rigoureux.
- I.7.a. N'a pas été souvent traitée, c'était une question difficile.
- I.7.b. De bonnes initiatives.
- II.1.a. Encore une fois, manque de précision dans la rédaction, on ne parle jamais de  $F(0)$ .
- II.1.c. On se rue sur l'étude d'une fonction auxiliaire pour étudier de signe de  $F'$  mais on ne pense pas à utiliser I.7.b. et le fait que  $\varphi$  est décroissante sur  $\mathbb{R}_+$ .
- II.2.a. Les inégalités sont établies pour  $x \in [4, +\infty[$  et pour la comparaison des intégrales, on ne s'en soucie pas, de plus la condition des bornes est rarement dite ( $0 < x$  ou  $4 < x$  ).  
Quant aux inégalités, on voit souvent des tableaux de variations sans explications.
- III.1. L'égalité est rarement traitée, mais la formule de la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique est mal appliquée.
- III.2. Les intégrations par parties sont souvent faites (sans les conditions de continuité !) mais on ne sait pas conclure car  $\cos(k\pi)$  est incorrect.
- III.3.c. Le théorème de dérivabilité par prolongement est mal appliqué, l'hypothèse de continuité de la fonction n'est pas vérifiée ou mentionnée, de plus il est rare d'avoir une limite de  $g'$  en 0.
- III.4. et III.5. sont rarement abordées.

## Impressions générales.

Il y a un effort de rédaction et de présentation pour un grand nombre de copies mais encore trop souvent, ce n'est pas le cas (ratures, pas de phrases, pas de numérotation des questions etc...). Il y a aussi un minimum de règles à respecter dans la rédaction des raisonnements. Entre autres, ce n'est pas au correcteur d'interpréter ni de conclure.

La qualité de réflexion des candidats est dans l'ensemble décevante : il faut bien lire l'énoncé et voir l'enchaînement des questions. Certains s'empressent d'utiliser des techniques classiques et longues alors que les questions précédentes permettent de conclure rapidement. Les deux problèmes comme on l'a vu permettaient de tester cette qualité de réflexion.

Dériver  $\cos(t/2)$  pose problème, ainsi que le calcul de développements limités. Certes les élèves se trouvaient dans un cas difficile, celui où le dénominateur s'annule, toutefois leurs performances en la matière laissent à désirer.

Les calculatrices sont parfois bien utilisées.

L'épreuve était longue, les candidats ont commencé par l'algèbre linéaire et n'ont plus eu beaucoup de temps pour le problème d'analyse, mais il n'est pas nécessaire de tout faire pour avoir une bonne note : prendre le temps de réfléchir, de bien rédiger peut s'avérer payant.

**Correcteurs :**

Mmes Mesnager, Nouvet, Perret-Gentil, Proudhon.

Messieurs Foulquier (R), Goix, Lelong, Maserak, Monna, Prevost.

**Experts :** Monsieur Cornillon.

## Épreuve ÉCRITE de MATHÉMATIQUES, épreuve B

---

Concours	Nb cand.	Moyenne	Ecart type	Note la plus basse	Note la plus haute
A BIO	2339	10,18	4,11	0,5	20,0
A ENV	1302	10,07	4,17	0,5	20,0
A PC BIO	645	10,33	4,16	1,0	20,0

Le sujet se compose de trois parties pouvant être traitées de façon indépendantes, comme le signale l'en tête du sujet.

Dans la première partie, on calcule la probabilité de gagner au jeu du craps. Dans la seconde partie, on étudie un tournoi entre deux joueurs, puis entre  $c$  joueurs. Enfin la dernière partie porte sur un jeu entre une infinité de joueurs.

On relève peu de copies très faibles, quelques copies excellentes prouvant un esprit probabiliste des candidats. On constate une bonne dispersion des notes. Les copies sont en général bien présentées ; mais on peut regretter de trop nombreuses fautes d'orthographe.

L'énoncé fournit souvent les résultats. Certes cela permet au candidat de continuer le sujet sans être arrêté, mais en contrepartie, il est clair que le correcteur attend des raisonnements précis et des calculs menés honnêtement.

Les deux premières parties sont abordées dans la plupart des copies. La troisième partie est abordée moins souvent, mais, lorsqu'elle est traitée, c'est avec plus de succès (quelques candidats choisissent de la traiter avant la partie II)

Les erreurs rencontrées dans les copies sont

En probabilité : les événements ne sont pas toujours bien notés, parmi les confusions les plus fréquentes, on relève des sommes d'événements, des complémentaires de probabilité ; on a même rencontré la notation  $P(A^2)$  pour un événement  $A$ . Des candidats confondent événements incompatibles et événements indépendants ou omettent de citer précisément leurs propriétés lorsque le développement l'exige. Quelques candidats trouvent même des probabilités négatives ou des variances négatives. La notion de système complet d'événements n'est pas toujours maîtrisée ; la loi géométrique est citée à tout propos et hors de propos.

En analyse : la condition de convergence des séries n'est pas citée, ou bien est fautive (comme  $|x| \leq 1$  et même parfois  $x \neq 1$ ). Lorsque la condition exacte est énoncée, ce n'est pas hélas pour autant que les candidats prouvent qu'elle est effectivement réalisée.

## Analyse par question

### Partie I

Quelques candidats se lancent dans des calculs d'intégrales de lois à densité (sans aucun rapport avec le sujet).

I.1.a) Les résultats, donnés dans la suite de l'énoncé, sont parfois copiés sans justification ou justifiés avec beaucoup d'ambiguïté.

Il est possible de traiter cette question de façon courte et complète en utilisant par exemple un tableau à double entrée.

I.2.c) Cette question nécessite un peu de réflexion de la part du candidat : il faut reprendre l'ensemble des calculs précédents et pas se contenter de remplacer  $\frac{k-1}{36}$  par  $\frac{13-k}{36}$  comme le font certains candidats.

I.2.e) Des formulations incorrectes : les événements sont écrits sans union.

I.2.f) Une erreur fréquente consiste à affirmer que comme  $P(G') + P(G'') = 1$  alors  $(G', G'')$  est un système complet d'événements.

### Partie II

II.1.a) Les justifications probabilistes ne sont pas toujours données. La convergence des séries n'est pas toujours justifiée.

II.1.b) Lorsqu'elle est traitée, cette question est en général abordée de façon correcte. Le calcul n'est mené à terme dans quelques rares copies.

II.1.c) Certains candidats ne montrent qu'un sens de l'équivalence.

II.2.b) Quelques candidats montrent l'égalité demandée de façon probabiliste en considérant les issues possibles sur un tour du jeu (tous les joueurs jouant une fois et une seule).

II.2.d) Des étourderies, trop fréquentes, sur le calcul du terme général  $r_k$ .

II.2.e) Très rarement abordée.

### Partie III

III.1.a) Le début de la question est rarement traité, la plupart de temps de façon fautive : les candidats affirmant que le premier joueur a forcément plus de chance que le second de gagner.

III.1.c) Dans quelques copies le passage à la limite n'est pas effectué : on lit  $\sum_{k=1}^n P(G_k) = 1$ .

III.2) Abordée dans peu de copies.

En résumé, les résultats sont globalement convenables. Il est vrai qu'il y avait des points faciles à récolter en début de sujet. Néanmoins les correcteurs ont eu la satisfaction de constater un esprit probabiliste chez un bon nombre de candidats.

On peut rappeler aux candidats que la rédaction et la justesse des explications entre dans une part importante de l'appréciation des copies, ce dont ils ne sont pas encore tous convaincus.

**Correcteurs** : Mmes et MM. Boschat, Brugère, Petavy, Husson (R), Ladauge, Lepeltier, Mallet, Mesnager, Rigal, Simondon, Vuillet.

**Expert** : M. Cornillon.

## Épreuve ORALE de MATHÉMATIQUES

---

Concours	Nb cand.	Moyenne	Ecart type	Note la plus basse	Note la plus haute
A BIO	1629	9,94	4,12	1,0	20,0
A ENV	580	10,81	4,06	1,0	20,0
A PC BIO	392	10,91	3,96	1,0	19,0

### IMPRESSIONS GÉNÉRALES.

Le concours 2005 est le premier concours commun aux écoles d'agronomie et aux écoles nationales vétérinaires, et c'est, de plus, le premier concours appliquant les nouveaux programmes. Cependant l'organisation de l'oral de mathématiques est restée la même : l'épreuve comporte deux phases : la phase de préparation d'une durée d'une demi-heure, suivie de la phase d'exposition, d'une durée égale à la précédente, phase pendant laquelle le candidat présente son sujet. Un sujet est composé de deux exercices: l'un de probabilité, l'autre soit d'analyse soit d'algèbre linéaire soit de géométrie; chaque exercice comporte en moyenne trois questions de difficultés progressives, mais évidemment pas indépendantes. Les exercices exclusivement fondés sur une astuce sont prohibés.

Le niveau des candidats semble encore plus hétérogène cette année : les examinateurs ont rencontré d'excellents candidats, mais aussi des candidats ayant même du mal à utiliser des méthodes et techniques du programme de terminale scientifique...A une demande précise d'énoncé de théorème (précis), il n'est pas rare d'avoir en réponse : "si on a par exemple ..." pour finir par une proposition faite sur mesure pour l'exercice proposé.

Il s'agit d'un oral: est-il admissible qu'un candidat reste muet en écrivant des lignes de calcul au tableau sans se soucier de la présence de l'examineur ?

Certains oraux sont consternants et le jury est amené à se poser des questions sur la présence à l'oral de quelques candidats.

### IMPRESSIONS MATHÉMATIQUES

Les difficultés sont toujours perceptibles en probabilités : les élèves manquent souvent de pratique et confondent les différentes notions. Malheureusement les lacunes et imprécisions sont, elles aussi, nombreuses en analyse et en algèbre linéaire.

#### 1°) Probabilités.

Demander de comparer pour l'inclusion deux événements, trouver l'évènement contraire de la réunion (ou d'une intersection) de deux événements, peut être très sélectif. Décrire l'univers image d'une variable aléatoire n'est pas toujours fait, ce qui est pénalisant lorsque l'on demande la loi d'une variable aléatoire qu'elle soit discrète ou à densité. Remplacer des sommes finies par des sommes

infinies ou au contraire noter une somme infinie  $\sum_{k=1}^{k=n} p_k$  avec la précision orale " n tendant vers l'infini" montre des connaissances très superficielles...

Savoir la définition de la covariance sans en connaître les propriétés, confondre fonction de répartition et densité, savoir énoncer le théorème de la limite centrée, méconnaître sa signification et ne pas savoir l'utiliser, connaître le théorème de Poincaré (formule du crible) et être incapable de l'appliquer ne sont malheureusement pas des événements rares...

Calculer une espérance peut aussi poser problème : des précautions oratoires sont prises ("sous réserve de convergence"), en général purement formelles car le candidat ne se soucie que très rarement de prouver qu'il y a convergence. Parmi ceux-là, on déplore l'emploi d'arguments revenant à "j'ai réussi à la calculer donc elle existe".

Il est bon de rappeler qu'il n'y a pas d'évènements  $(A/B)$  (seul  $A \cap B$  a un sens en tant qu'événement). En revanche la probabilité conditionnelle  $P(A/B)$  a un sens et dans nombre d'exercices est d'accès plus direct et intuitif que  $P(A \cap B)$ .

## **2°) Analyse**

La machine à calculer est autorisée, elle ne dispense nullement le candidat de raisonner.

Voici une liste non exhaustive d'erreurs ou de lacunes:

Les résultats de croissance comparée sont souvent invoquées de manière peu pertinente, ce qui est le cas alors qu'il n'y a pas de forme indéterminée, par exemple  $x^2 \cdot \ln(1+x)$  tend vers 0 car  $x^2$  l'emporte sur le logarithme, ou bien  $x \cdot \ln(1+1/x)$  tend vers 0 en  $+\infty$  par croissance comparée...

Des confusions sont faites entre le théorème des valeurs intermédiaires et le théorème de la bijection

L'étude des suites vérifiant une relation de récurrence du type  $u_{n+1} = f(u_n)$  n'est pas au point: le lien avec l'étude de  $f$  n'est pas toujours compris.

La notion d'équivalent n'est pas maîtrisée.

La définition du gradient n'est pas connue, malgré l'importance de cette notion en physique.

Les majorations sont hasardeuses : en particulier les majorations de quotients ...

Une grande aventure: dériver une fonction réciproque.

Existence d'une intégrale impropre... Les calculs sur les intégrales impropres sont menés sans précaution, en particulier les calculs faisant intervenir une intégration par parties.

## **3°) Algèbre linéaire**

En algèbre linéaire aussi le cours est connu de façon floue...

Confusion entre le rang d'une matrice carrée et son ordre. Certains parlent de la dimension d'une matrice. Les relations entre l'inversibilité d'une matrice, la valeur propre 0 et le rang de cette matrice sont confuses.

La méthode du pivot est connue mais pourquoi choisir, dès le début du calcul, un pivot dépendant d'un paramètre, alors que par permutation (de lignes ou de colonnes) toute discussion inutile disparaît? Ainsi la recherche des valeurs propres est souvent maladroite. Quelques rares candidats utilisent le produit mixte pour chercher les valeurs propres d'une matrice carrée d'ordre trois : c'est un moyen détourné pour utiliser la notion de déterminant hors programme. Ces candidats sont alors en grand danger, justes capables (et encore, lorsqu'il n'y a pas d'erreurs de calculs) d'appliquer une technique, sans aucune justification ou argumentation. D'autres candidats se trouvent dans une situation difficile lorsqu'ils se mettent à parler de polynômes annulateurs d'endomorphismes, croyant impressionner le jury, alors qu'ils sont incapables de démontrer que si  $\lambda$  est valeur propre de l'endomorphisme  $u$ ,  $\lambda^n$  est valeur propre de  $u^n$ , ou pire encore, incapables de donner la définition d'une valeur propre ou d'un vecteur propre.

Il peut être utile de rappeler ici qu'un système linéaire a zéro, une ou une infinité de solutions : un fait trop souvent méconnu des candidats.



#### **4°) Géométrie**

Encore des confusions entre produit vectoriel et produit scalaire, et malheureusement des difficultés dans la recherche d'équations de droites, de cercles, ou le calcul de la distance de deux points.

#### **5°) Conclusion**

L'épreuve orale permet de classer les étudiants.

Les notes les plus basses sont réservées aux candidats qui montrent de graves lacunes sur les points importants du programme, ou sur leur faculté à raisonner: apprendre sans comprendre n'est pas une politique très rentable; de très bons candidats ont été remarqués: les difficultés relatives ne remettent pas en cause la qualité de la formation.

**Expert :** Mme Perrin

**Examineurs :** Mmes et MM. Brugère, Chikhi, Fargier, Lebeau, Morel, Perrin (R), Pillons, Raynaud, Vuillert.

## Épreuve ORALE d'INFORMATIQUE (facultative)

---

Concours	Nb cand.	Moyenne	Ecart type	Note la plus basse	Note la plus haute
A BIO	1057	12,74	3,42	4,0	20,0
A ENV	422	12,98	3,38	4,0	20,0
A PC BIO	263	12,87	3,42	4,0	20,0

C'est la deuxième année que les candidats devaient préparer un exercice en plus de la présentation d'un sujet.

Les chiffres de l'épreuve sont similaires à ceux des années précédentes :

Pourcentage de candidats ayant une note > 10	80 %
Moyenne pour les seuls candidats ayant une note > 10	14
Ecart-type	3,5

Considérons maintenant les 2 facettes de l'épreuve.

### La présentation

Comme toujours, les sujets et les présentations sont assez hétérogènes.

Il semble donc utile de rappeler quelques recommandations :

- un projet doit correspondre à une résolution de problème via une démarche algorithmique : il faut donc proscrire les projets ne comportant que des structures de données, des formules mathématiques, des tracés de courbes ou de simples tirages aléatoires ;
- le candidat doit maîtriser son projet : on préférera toujours un projet réalisé à 100 % par le candidat, même s'il est incomplet, à un « projet de classe » commun et bachoté car on voit encore trop souvent plusieurs candidats avec le même dossier ;
- il n'est pas acceptable d'avoir une introduction du projet expliquant que telle ou telle fonction a été fournie par le professeur et que le candidat n'aura pas à l'expliquer : il vaut mieux dans ce cas choisir un sujet plus simple ;
- il faut rester raisonnable dans la complexité algorithmique car par rapport à leurs connaissances en informatique, les candidats n'ont pas le niveau nécessaire pour maîtriser des algorithmes trop complexes (back-tracking pour tracer des figures complexes, plus court chemin, etc.) : il vaut mieux là encore se limiter à un sujet plus simple mais dont la résolution peut être faite par le candidat seul et qui évitera un contraste trop saisissant lors du passage à l'exercice ;
- il est dommage que l'on trouve encore l'utilisation de l'instruction « break » dans les « boucles for » de certains programmes alors ce serait l'occasion d'expliquer et d'utiliser les « boucles while » (et que dire des programmes dans lesquels on trouve une instruction « break » à l'intérieur d'une « boucle while » ou, pire encore, des itérations infinies desquelles on sort avec un « break » ... ) ;

Par ailleurs, les projets sont trop souvent saturés de commentaires. Ceux-ci doivent rassurer les candidats, mais peuvent pénaliser fortement l'appréciation par l'examinateur du niveau réel du candidat.

Comme défini dans la notice, les seuls commentaires autorisés sont ceux écrits dans le programme avec la syntaxe adéquate : le candidat n'est pas autorisé à rajouter des annotations manuscrites.

Enfin, certains candidats se sont encore présentés sans leur programme : rappelons une fois encore que les candidats doivent amener leur propre listing du programme tel qu'il a fonctionné.

## L'exercice

Tous les candidats ont bien compris qu'ils avaient le choix entre 2 exercices lors de la préparation : le déroulement de l'épreuve est bien assimilé.

Si la majorité des candidats réussissent bien les exercices, beaucoup ne maîtrisent encore pas les schémas algorithmiques de base qu'ils ont pourtant utilisés dans leur projet !

De nombreux candidats semblent donc ne pas être préparés du tout à la résolution de problèmes de base.

Voici quelques exemples très courants de lacunes des candidats :

- confusion entre les schémas conditionnels et itératifs : on entend trop souvent parler de « la boucle if » et on voit des confusions entre l'utilisation du « if » et l'utilisation du « while » ;
- de nombreux candidats pensent que la « boucle for » est nécessaire dès lors qu'on souhaite gérer un compteur d'itération et ne savent pas gérer ce compteur dans une « boucle while » ; dans leur esprit, c'est d'ailleurs souvent l'absence ou la présence de compteur qui justifie le choix d'un schéma par rapport à l'autre ;
- de nombreux candidats ne savent pas comment procéder à un tirage aléatoire d'un entier entre 2 bornes quelconques ;
- les manipulations élémentaires de vecteurs ne sont souvent pas maîtrisées : retrouver le minimum, le maximum et faire la somme des éléments d'un vecteur sont des problèmes très courants et très classiques qui devraient être connus, sans même parler des méthodes de tri ;
- la gestion des paramètres et des variables dans les appels de fonctions n'est souvent pas non plus maîtrisée : beaucoup de candidats pensent par exemple qu'on ne peut pas donner le même nom à une variable locale dans deux fonctions différentes.

L'acquisition de quelques automatismes algorithmiques de base permettrait aux candidats de passer rapidement sur les premières questions des exercices et de montrer leur valeur sur des questions plus complexes.

Les meilleurs candidats, certains très brillants, ne sont pas ceux qui échafaudaient le programme le plus complexe, mais ceux qui maîtrisaient les bases de l'algorithmique informatique comme :

- savoir utiliser une « boucle while » avec un compteur ;
- savoir adresser les éléments d'un tableau à 2 dimensions ;
- savoir faire l'analogie entre une série temporelle «  $x_n$  » et un vecteur «  $x(i)$  » ;
- etc.

Examineurs : MM. Broyart, Doursat, Doussot (R), François, Monsuez.