

PHYSIQUE-CHIMIE
Analyse de documents scientifiques
Durée : 3 heures

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

Chaque candidat est responsable de la vérification de son sujet d'épreuve : pagination et impression de chaque page. Ce contrôle doit être fait en début d'épreuve. En cas de doute, il doit alerter au plus tôt le surveillant qui vérifiera et éventuellement remplacera le sujet. Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Thème : Filière laitière et valorisation énergétique

Ce sujet s'appuie sur les techniques mises en œuvre par la Ferme de la Tremblaye (La Boissière-École, Yvelines) pour parvenir à une valorisation énergétique de résidus issus de la production laitière et des activités de transformation fromagère de la ferme. La ferme, d'une superficie de 125 ha, regroupe environ 600 chèvres et 260 vaches laitières. Ces animaux produisent des effluents valorisés sur place dans une unité de méthanisation.

L'analyse proposée dans le sujet s'appuie sur huit documents scientifiques présentés ci-dessous. Elle mobilise également les acquis personnels dans le cadre de la préparation au concours. Les candidats sont invités à lire attentivement les documents avant de répondre aux questions.

Documents scientifiques

Document 1 : Introduction au principe de la méthanisation

La méthanisation est un processus de digestion de la matière organique en l'absence d'oxygène (anaérobie) sous l'action combinée de plusieurs types de micro-organismes. Cette réaction a lieu dans un digesteur fermé et confiné sans contact avec l'air extérieur et sans odeur issue du procédé lui-même. À la fin de la digestion, on obtient du biogaz qui contient 50 à 70 % de méthane (CH₄). En plus du méthane, le biogaz contient entre 30 et 45 % de dioxyde de carbone (CO₂) et des traces d'autres gaz comme l'ammoniac ou le sulfure d'hydrogène. Ces gaz sont naturellement issus de la fermentation de la matière organique, par exemple lors du stockage du lisier ou du fumier. [...]

Le biogaz produit pourra ainsi :

- alimenter un moteur de cogénération pour produire de l'électricité et de la chaleur ;
- alimenter une chaudière pour des usages spécifiques.

Lionel Guy, « Les enjeux de la filière méthanisation en Ile-de-France,
Note rapide de l'institut d'aménagement et d'urbanisme d'Ile-de-France, n°800, janvier 2019

Document 2 : Présentation chiffrée de l'installation de la ferme de la Tremblaye

L'unité de méthanisation est conçue pour recueillir 12 700 tonnes d'effluents par an. À partir de ces intrants, on estime que 923 000 m³ de biogaz peuvent être produits ainsi que près de 11 000 tonnes de digestat. Ce volume de biogaz a un potentiel énergétique estimé à près de 5 120 MWh (en énergie primaire) par an. Il permet de produire de l'électricité grâce à un moteur de 250 kW et de la chaleur par cogénération. L'exploitant estime qu'il est possible d'en tirer annuellement 1 895 MWh, soit l'équivalent de la consommation électrique d'approximativement 600 foyers, et 2 304 MWh de chaleur principalement dédiés au process de la laiterie de la fromagerie.

« Du fumier fleurit l'énergie dans une ferme des Yvelines », *Connaissance des énergies*, 14 novembre 2013

Note : le mégawattheure (MWh) est l'énergie délivrée par un processus associé à une puissance d'un mégawatt pendant une heure : $1 \text{ MWh} = 3,6 \times 10^9 \text{ J}$.



Document 3 : Composition moyenne du biogaz dans une installation de méthanisation

Gaz	Proportion en volume
Méthane	50 à 70 %
Dioxyde de carbone	30 à 45 %
Dihydrogène	1 à 3 %
Diazote	0,5 % à 2 %
Sulfure d'hydrogène	0 % à 0,5 %

Source : *Les techniques de l'Ingénieur*



Document 4 : Cinétique de destruction des bactéries dans un processus de pasteurisation

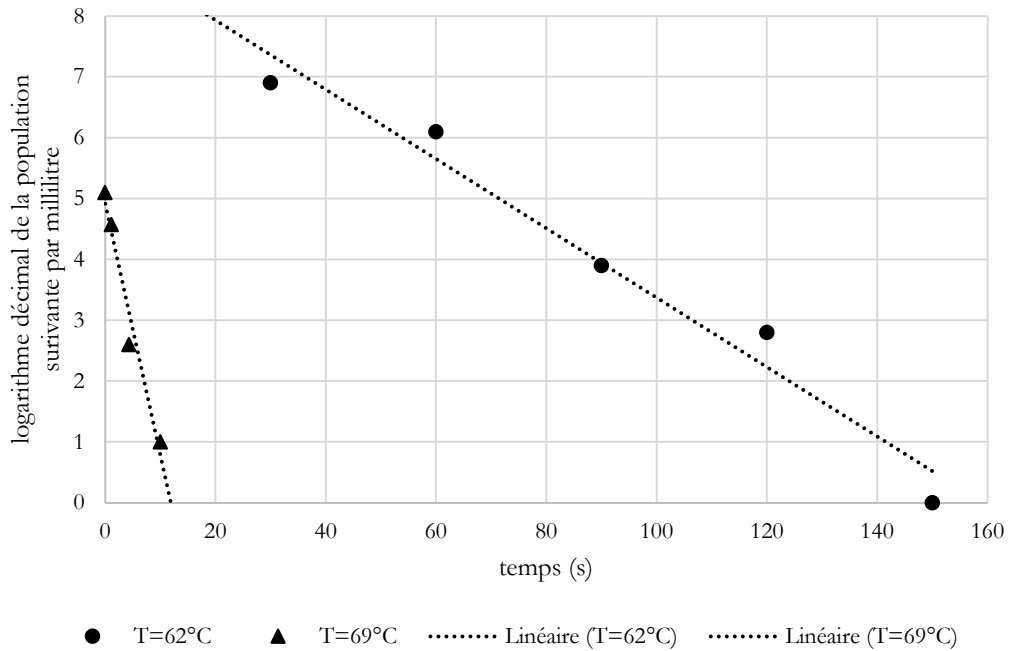
Lorsque l'on soumet un échantillon à pasteuriser à une température létale pour les bactéries qu'il contient, la modélisation la plus simple de la décroissance de la population N de bactéries dans l'échantillon est une loi du premier ordre, traduite par l'équation :

$$\frac{dN}{dt} = -k_T N$$

k_T est une constante pour un type de bactéries (dans les deux documents suivants, *Listeria monocytogenes*), à une température T donnée.

Par définition, on appelle temps de réduction décimale à la température T la durée D_T nécessaire pour détruire 90% des bactéries présentes initialement dans l'échantillon.

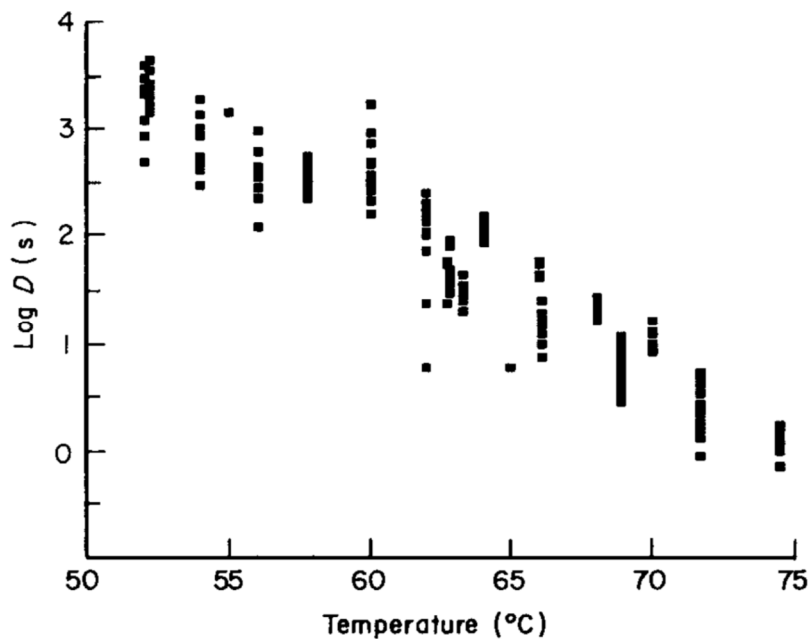
Document 5 : Évolution au cours du temps du nombre de *Listeria monocytogenes* survivant à une température létale constante dans un échantillon de lait (et régressions linéaires)



Sources :
 Donnelly et al., « Comparison of Heat Resistance of *Listeria monocytogenes* in Milk as Determined by Two Methods », *Journal of food protection*, 1987
 Bradshaw et al., Thermal Resistance of *Listeria monocytogenes* in Milk, *Journal of food protection*, 1985

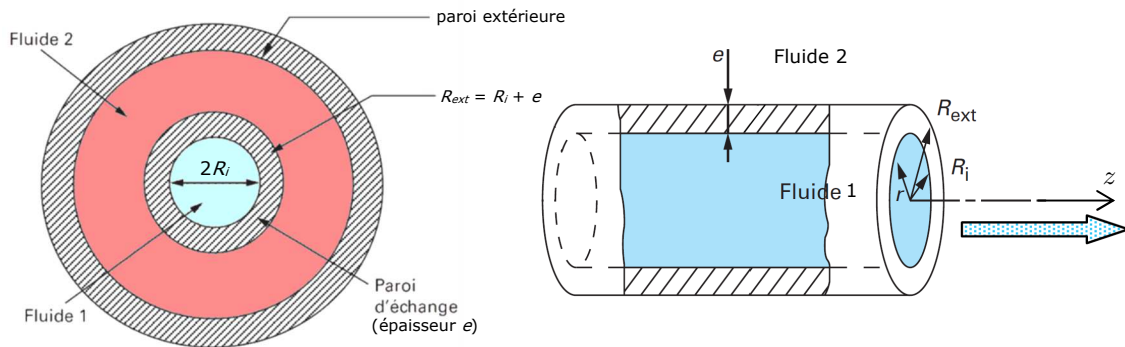


Document 6 : Compilation des temps de réduction décimale de *Listeria monocytogenes* dans le lait de vache obtenus dans différentes publications scientifiques



Source : Mackey et al. « The heat resistance of *Listeria monocytogenes* ». *Lett. Appl. Microbiol.* 9, 1989

Document 7 : Structure d'un échangeur thermique



Source : *Les techniques de l'Ingénieur*

Le fluide 1, à la température T_1 , que l'on veut réchauffer, s'écoule dans une canalisation cylindrique en métal dont on note e l'épaisseur de la paroi. Le fluide 2, à la température T_2 plus élevée, s'écoule quant à lui dans une canalisation coaxiale extérieure à la première. (Coupe axiale à gauche et transversale à droite).

Entre les rayons R_i et R_{ext} , dans le métal, le transfert thermique s'effectue par conduction thermique selon la loi de Fourier.

Entre le fluide 1 et la paroi intérieure, de même qu'entre le fluide 2 et la paroi extérieure, il s'agit d'un échange conducto-convectif. Le flux thermique sur une surface S à l'interface entre le fluide 1 et la paroi s'écrit : $\Phi = h_1 S [T(R_i) - T_1]$. À cause de la convection, on n'a pas $T(R_i) = T_1$.

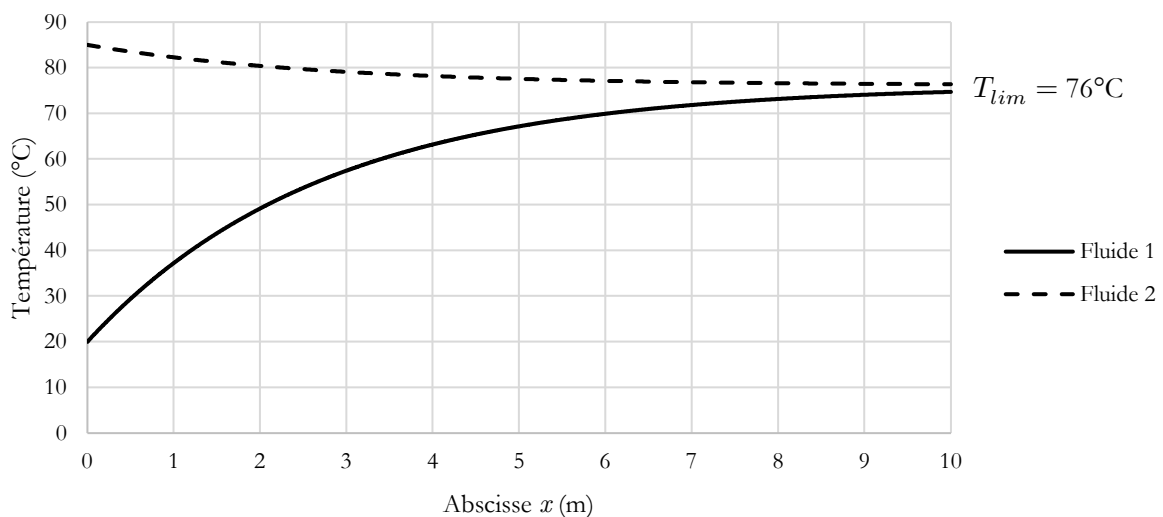
De même, à l'interface entre le fluide 2 et la paroi, on a sur une surface S' : $\Phi = h_2 S' [T_2 - T(R_{ext})]$.

h_1 et h_2 sont des constantes physiques appelées les coefficients de transfert conducto-convectif.



Document 8 : Modélisation de la température dans un échangeur à co-courant¹ cylindrique

Evolution des températures dans l'échangeur



Note : en pratique, en raison de leur longueur, les échangeurs thermiques ne sont pas rectilignes.

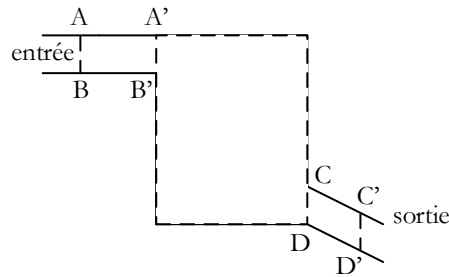
¹ Un échangeur à co-courant correspond au cas où les deux fluides (définis figure 7) s'écoulent dans le même sens.

Questions

Partie 1 : Questions sur des notions du programme en lien avec le thème

1.1) Premier principe de la thermodynamique appliqué à un système en écoulement

On considère un fluide en écoulement dans un organe thermodynamique comportant une seule entrée et une seule sortie. On néglige, entre l'entrée et la sortie de ce dispositif, les variations d'énergie cinétique massique et d'énergie potentielle massique du fluide. On se place en régime permanent, le débit massique du fluide (identique à l'entrée et à la sortie) est noté D_m .



**Figure 1 : Représentation schématique de l'organe thermodynamique étudié.
Entre deux instants très proches t et $t + dt$, le fluide contenu dans le volume figuré par ABCD
passe dans le volume A'B'C'D'.**

On note respectivement u , h , p et v l'énergie interne massique, l'enthalpie massique, la pression et le volume massique. Toutes ces grandeurs sont indicées du chiffre 1 en entrée (par exemple u_1) et du chiffre 2 en sortie (par exemple u_2).

Au cours de l'écoulement, le fluide reçoit un transfert thermique massique q et un travail massique utile w_u de la part d'une partie mobile (hélice, etc.). Cela correspond à une puissance thermique \mathcal{P}_{th} et une puissance mécanique utile \mathcal{P}_u .

a) Donner la relation entre q , D_m et \mathcal{P}_{th} d'une part et entre w_u , D_m et \mathcal{P}_u d'autre part.

On considère le système (Σ) constitué à t par le fluide contenu dans le volume ABCD. Ce système fermé s'écoule de telle sorte qu'à $t + dt$ il se trouve dans le volume A'B'C'D'.

b) En notant U_0 l'énergie interne du fluide situé dans le volume de contrôle A'B'CD, exprimer l'énergie interne $U(t)$ et $U(t + dt)$ de (Σ) aux instants t et $t + dt$, en fonction de U_0 , u_1 , u_2 , D_m et dt .

On note dV_1 le volume AA'BB' et dV_2 le volume CC'DD'.

c) Exprimer le travail des forces pressantes exercées par le fluide en amont et le fluide en aval entre t et $t + dt$ en fonction de p_1 , dV_1 , p_2 et dV_2 .

d) Appliquer le premier principe au système fermé (Σ) entre t et $t + dt$ et en déduire la relation suivante, appelée *premier principe des systèmes en écoulement permanent* ou *premier principe industriel*.

$$h_2 - h_1 = w_u + q$$

e) Montrer en utilisant la question a) que l'on a également : $D_m(h_2 - h_1) = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}$

1.2) Rendement de Carnot d'un moteur thermique

On considère un moteur fonctionnant de manière cyclique. Au sein de ce moteur, un fluide subit un cycle de transformations toutes réversibles. Au cours d'un cycle, on note W le travail reçu de l'extérieur par le fluide, Q_F le transfert thermique reçu de la part d'une source froide à T_F et Q_C le transfert thermique reçu de la part d'une source chaude à T_C .

- Donner le signe de W , Q_C et Q_F dans le cas d'un moteur thermique.
- En appliquant le premier principe de la thermodynamique, établir une relation entre W , Q_F et Q_C .
- En appliquant le deuxième principe de la thermodynamique, établir une relation entre Q_F , Q_C , T_F et T_C .
- Définir le rendement η_C du moteur thermique, et préciser son expression en fonction seulement de T_F et T_C . Ce rendement, obtenu dans le cas réversible, s'appelle rendement de Carnot. En pratique, sur un moteur réel, peut-on atteindre le rendement de Carnot ? Pourquoi ?
- Application numérique : calculer η_C si $T_F = 293$ K et $T_C = 450$ K.

1.3) Notions sur la puissance électrique sur un réseau électrique local

On considère un réseau électrique élémentaire permettant d'alimenter une ferme (modélisée par une résistance R) à partir d'une centrale électrique (modélisée par un générateur idéal de tension) au moyen d'une ligne électrique de résistance totale r .

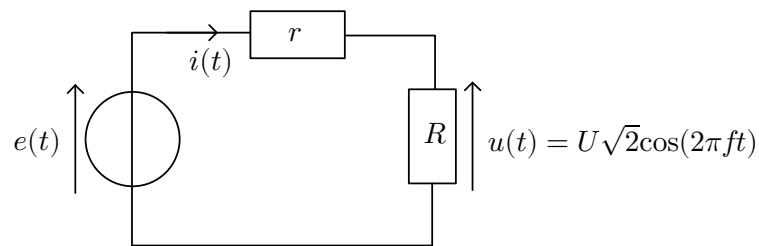


Figure 2 : Réseau électrique élémentaire étudié

- Exprimer la puissance instantanée reçue par la résistance R en fonction de la tension $u(t)$ à ses bornes et de l'intensité $i(t)$ qui la traverse. En déduire, en détaillant le calcul, que la puissance moyenne \mathcal{P} reçue par la résistance R s'écrit $\mathcal{P} = \frac{U^2}{R}$.
- Exprimer la puissance moyenne \mathcal{P}_l dissipée dans la résistance r modélisant la ligne électrique en fonction uniquement de \mathcal{P} , r et U .
- On considère que l'on a $\mathcal{P} = 100$ kW et $U = 230$ V. Calculer \mathcal{P}_l lorsque $r = 1,0 \times 10^{-2} \Omega$ puis lorsque $r = 1,0 \times 10^{-1} \Omega$. Sachant que la résistance de la ligne est proportionnelle à sa longueur, conclure quant à l'intérêt de produire l'électricité le plus près possible de son lieu d'utilisation.

1.4) Combustion monobare du méthane

Données numériques pour cette sous-partie :

- On donne l'extrait suivant de tables thermodynamiques :

Espèce chimique	Enthalpie standard de formation $\Delta_f H^\circ$ à 298 K (kJ.mol ⁻¹)
CH ₄ (g)	- 74,8
O ₂ (g)	<i>donnée non fournie</i>
CO ₂ (g)	- 393,5
H ₂ O (g)	- 241,8

- 1 tep = 41,9 GJ
 - Masses molaires : hydrogène : 1,0 g.mol⁻¹ ; carbone : 12,0 g.mol⁻¹ ; oxygène : 16,0 g.mol⁻¹
- a) Écrire la réaction de combustion complète du méthane CH₄ (g) dans le dioxygène O₂ (g). On suppose que l'eau formée par cette réaction est en phase gazeuse (vapeur d'eau).
- b) Calculer l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H^\circ$ de cette combustion à 298 K. Commenter le signe de la grandeur obtenue.
- c) La tonne-équivalent-pétrole (tep) est une unité d'énergie définie comme l'énergie dégagée par la combustion d'une tonne de pétrole. Comparer l'énergie libérée par la combustion d'une tonne de méthane à celle libérée par une tonne de pétrole : l'ordre de grandeur obtenu à la question b) est-il cohérent ?

Partie 2 : Analyse des documents

2.1) Autour de la méthanisation

Dans le document 2, le journaliste scientifique précise que chaque année « 923 000 m³ de biogaz peuvent être produits » et que « ce volume de biogaz a un potentiel énergétique estimé à près de 5 120 MWh (en énergie primaire) par an ». On admet que l'énergie primaire dont il est question ici provient de la combustion du méthane étudiée en question 1.4. et que le volume $V = 923 \times 10^3$ m³ est mesuré à $T = 298$ K sous $P = 1$ bar.

- a) Exprimer et calculer le volume molaire d'un mélange idéal de gaz parfaits dans ces conditions de température et de pression.
- b) En déduire, à l'aide de la question 1.4. et des données du document 2 rappelées ci-dessus, la fraction volumique de méthane dans le biogaz.
- c) Confronter ce résultat au document 3 afin de valider la cohérence des informations de ces deux documents.

2.2) Traitement thermique d'un écoulement de lait

- a) Déterminer la relation entre les constantes k_T et D_T introduites dans le document 4.
- b) Justifier à l'aide du document 4 le choix d'une modélisation linéaire pour établir une relation entre les points de mesure du document 5. Déterminer les coefficients D_{62} et D_{69} sur le document 5. Les valeurs obtenues sont-elles cohérentes avec les résultats compilés dans le document 6 ?
- c) Pour pasteuriser le lait, une solution technique consiste à le porter à une température T_p pendant une durée $\Delta t = 20$ s. À l'aide du document 6, déterminer la température minimale permettant de diminuer de manière certaine la population de *Listeria monocytogenes* d'un facteur 100 pendant cette durée Δt .

2.3) Échangeur thermique pour le traitement du lait

Données numériques pour cette sous-partie :

- rayon intérieur : $R_i = 1,0$ cm
- épaisseur de la conduite : $e = 2,0$ mm
- coefficients conducto-convectifs : $h_1 = h_2 = 2,0 \times 10^3$ W.m⁻².K⁻¹
- $\lambda = 502$ unités S.I.
- capacité thermique massique du lait (fluide 1) : $c_{p1} = 3,8$ kJ.K⁻¹.kg⁻¹
- capacité thermique massique de l'eau (fluide 2) : $c_{p2} = 4,2$ kJ.K⁻¹.kg⁻¹
- débit massique du lait (fluide 1) : $D_{m1} = 0,052$ kg.s⁻¹
- débit massique de l'eau (fluide 2) : $D_{m2} = 0,30$ kg.s⁻¹

a) La loi de Fourier pour la conduction thermique s'écrit usuellement : $\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T)$, où T représente le champ de température et λ la conductivité thermique. Précisez le nom et l'unité du système international de la grandeur \vec{j}_{th} ainsi que l'unité de λ .

On considère un cylindre de longueur ℓ , de conductivité thermique λ d'épaisseur e , de rayon intérieur R_i et de rayon extérieur $R_{ext} = R_i + e$. La température en $r = R_i$ est notée T_i , la température en $r = R_{ext}$ est notée $T_{ext} \geq T_i$. On note $\vec{j}_{th} = j_{th}(r)\vec{u}_r$ en coordonnées cylindriques. On suppose également que T ne dépend que de r . Dans ces conditions $\overrightarrow{grad}(T) = \frac{dT}{dr}\vec{u}_r$. On se place en régime permanent.

b) On considère r tel que $R_i \leq r \leq R_{ext}$. Exprimer la puissance thermique Φ transférée à travers le cylindre, de l'extérieur vers l'intérieur du cylindre, en fonction de $j_{th}(r)$, r et ℓ . En déduire par intégration que la différence de température $T_{ext} - T_i$ est reliée à Φ par la relation $T_{ext} - T_i = \frac{1}{2\pi\lambda\ell} \ln\left(\frac{R_{ext}}{R_i}\right) \Phi$. On note $\mathcal{R}_{th} = \frac{1}{2\pi\lambda\ell} \ln\left(\frac{R_{ext}}{R_i}\right)$.

c) Montrer que dans le cas où $e \ll R_i$, $\mathcal{R}_{th} = \frac{1}{\lambda} \frac{e}{2\pi R_i \ell}$.

d) En utilisant le résultat qui précède et le document 7, montrer que la différence de température $T_2 - T_1$ est reliée à Φ par la relation $T_2 - T_1 = \mathcal{R}\Phi$ où l'on exprimera \mathcal{R} en fonction de R_i , R_{ext} , h , ℓ , λ et e .

e) En déduire que si $R_{ext} \approx R_i$, il reste : $\mathcal{R} = \frac{1}{2\pi R_i \ell} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_2} \right]$.

On prend en compte désormais le fait que T_1 et T_2 dépendent de l'abscisse x du cylindre. On note $\Phi(x)$ le flux thermique du fluide 2 vers le fluide 1 entre l'abscisse x et l'abscisse $x + dx$. La relation précédente devient alors : $T_2(x) - T_1(x) = \frac{1}{2\pi R_i} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_2} \right] \frac{d\Phi}{dx}$. Pour plus de commodité, on la note : $T_2(x) - T_1(x) = K \frac{d\Phi}{dx}$.

f) Donner l'unité et calculer la valeur numérique de K .

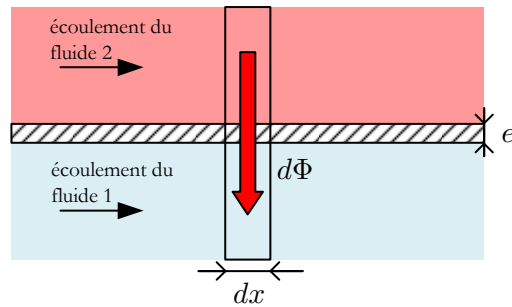


Figure 3 : Représentation schématique du flux thermique élémentaire $d\Phi$ du fluide 2 vers le fluide 1 entre les abscisses x et $x + dx$.

g) On note c_{p1} (resp. c_{p2}) la capacité thermique du fluide 1 (resp. du fluide 2). On note D_{m1} (resp. D_{m2}) le débit massique du fluide 1 (resp. du fluide 2). Établir que $D_{m2}c_{p2}[T_2(x + dx) - T_2(x)] = -d\Phi$. Établir de même que $D_{m1}c_{p1}[T_1(x + dx) - T_1(x)] = d\Phi$.

h) Établir alors l'équation différentielle suivante, en notant $\Delta T(x) = T_2(x) - T_1(x)$:

$$\frac{d\Delta T}{dx} + \frac{1}{K} \left(\frac{1}{D_{m1}c_{p1}} + \frac{1}{D_{m2}c_{p2}} \right) \Delta T = 0$$

Définir et calculer numériquement la longueur caractéristique Λ qui apparaît dans la solution de cette équation différentielle. Écrire la solution $\Delta T(x)$ en notant ΔT_0 l'écart de température $T_2 - T_1$ en $x = 0$.

i) Le document 8 présente l'évolution calculée de la température des deux fluides en utilisant le modèle précédent. Justifier la cohérence de cette modélisation avec l'étude précédente. Déterminer graphiquement la longueur nécessaire pour l'échangeur pour atteindre la température déterminée à la questions 2.2.c.

j) En régime permanent, un brûleur de méthane réchauffe le fluide 2 (qui a été refroidi dans l'échangeur) pour le porter à nouveau à la température d'entrée de l'échangeur. Évaluer la puissance thermique nécessaire pour cette opération avec les données du document 8. Comparer à la puissance thermique moyenne disponible grâce à la combustion du méthane (document 2). Conclure.

2.4) Installation de pompage

Données numériques pour cette sous-partie :

- viscosité dynamique du lait entier à 25°C : $\eta = 2,2 \times 10^{-3}$ Pa.s ;
- masse volumique moyenne du lait entier à 25°C : $\rho = 1032$ kg.m⁻³ ;
- diamètre de la canalisation : $d = 26$ mm ;
- longueur de la canalisation : $L = 20$ m ;
- débit volumique : $D_v = 240$ L.min⁻¹

On cherche à évaluer ici l'ordre de grandeur la puissance de la pompe nécessaire à l'écoulement du lait lors du passage d'une salle de traite à l'atelier de transformation fromagère. On modélise le lait par un fluide newtonien, incompressible et homogène, de viscosité dynamique η et de masse volumique ρ .

À cause de la viscosité, la différence de pression ΔP sur une longueur L de canalisation (appelée *perte de charge régulière*) s'écrit, v étant la vitesse moyenne du fluide sur une section de l'écoulement :

$$\Delta P = f \frac{L}{d} \rho \frac{v^2}{2}$$

f est un coefficient adimensionné dépendant du nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho d v}{\eta}$ de l'écoulement.

On rappelle que dans le cas d'un écoulement de Poiseuille, en notant R le rayon de la canalisation et D_v le débit volumique de l'écoulement, on a la loi de Hagen-Poiseuille :

$$\Delta P = \frac{8\eta L}{\pi R^4} D_v$$

- La loi de Poiseuille s'applique-t-elle en régime laminaire ou en régime turbulent ? Donner une valeur (approximative) du nombre de Reynolds correspondant à la limite entre ces deux régimes.
- Montrer que, lorsque la loi de Poiseuille s'applique, on a la relation $f = \frac{n}{Re}$ où n est un entier à déterminer.
- Calculer le nombre de Reynolds de l'écoulement considéré ici. Peut-on appliquer la loi de Hagen-Poiseuille ?
- Lorsque la loi de Poiseuille ne peut s'appliquer mais que le nombre de Reynolds reste inférieur à 10^5 , on utilise la loi de Blasius : $f = \frac{0,316}{Re^{0,25}}$. Vérifier que le nombre de Reynolds obtenu permet d'utiliser cette formule. Calculer la perte de charge régulière ΔP pour l'écoulement dans la canalisation considérée.
- En déduire la puissance mécanique nécessaire pour assurer cet écoulement. Faire l'application numérique.
- La pompe électrique qui entretient cet écoulement possède un rendement de 64 %. $N = 4$ pompes identiques sont réparties en divers points du process de transformation fromagère. Quelle est leur puissance électrique totale ? Comparer cet ordre de grandeur à la puissance électrique moyenne produite par l'installation de cogénération de la ferme (document 2). Conclure.

Partie 3 : Approche critique et prospective sur le thème

3.1. En utilisant les questions 1.2., 1.3. et la partie 2., justifier, du seul point de vue de l'optimisation des ressources énergétiques, l'intérêt d'une solution de cogénération issue d'un processus de méthanisation dans le contexte de la production laitière. On répondra à cette question en utilisant notamment des arguments numériques.

3.2. Dans leur dernier rapport, en août 2021, les membres du GIEC (Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat), ont alerté sur le rôle particulièrement néfaste du méthane libéré dans l'atmosphère dans le réchauffement climatique. Dans cette perspective, discuter l'intérêt et les limites de l'implantation d'une solution de cogénération issue d'un processus de méthanisation dans le contexte de la production laitière.

Fin de l'épreuve