

Epreuve de PHYSIQUE

Durée : 2 heures

Chaque candidat est responsable de la vérification de son sujet d'épreuve : pagination et impression de chaque page. Ce contrôle doit être fait en début d'épreuve. En cas de doute, il doit alerter au plus tôt le surveillant qui vérifiera et, éventuellement, remplacera le sujet.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

Le sujet comporte trois parties indépendantes. L'usage de la calculatrice est autorisé.

Partie 1 : Etude de la bio-impédance d'un végétal.

Cette partie propose d'examiner la validité d'un modèle électrique de tissus biologiques.

Les documents sont composés d'après l'article : La mesure de la bio-impédance d'un végétal par O. Français et B. Le Pioufle <http://www.je3a.org>.

Document n°1 : Comportement électrique de tissus biologiques de végétaux.

La notion de bio-impédance caractérise le comportement des tissus biologiques soumis au passage d'un courant alternatif de faible intensité (< 1 mA).

On peut présenter un tissu biologique comme un assemblage de cellules (constituées d'un fluide intra-cellulaire « homogène » entouré d'une membrane protectrice, isolante) en suspension dans un fluide dit extracellulaire essentiellement constitué d'eau et d'ions. Ces deux fluides sont de compositions différentes. Ils présentent une conduction (ionique) qui leur est spécifique. À basse fréquence, le courant ne circule qu'au sein du milieu extracellulaire et contourne ainsi les cellules (fig. 1-a/), alors qu'à haute fréquence, le courant peut traverser la membrane et se propage aussi dans le milieu intracellulaire modifiant alors la forme des lignes de courant (fig. 1-b/).

Les courbes en pointillés des figures 1-a/ et 1-b/ représentent les parcours moyens du courant électrique traversant le tissu.

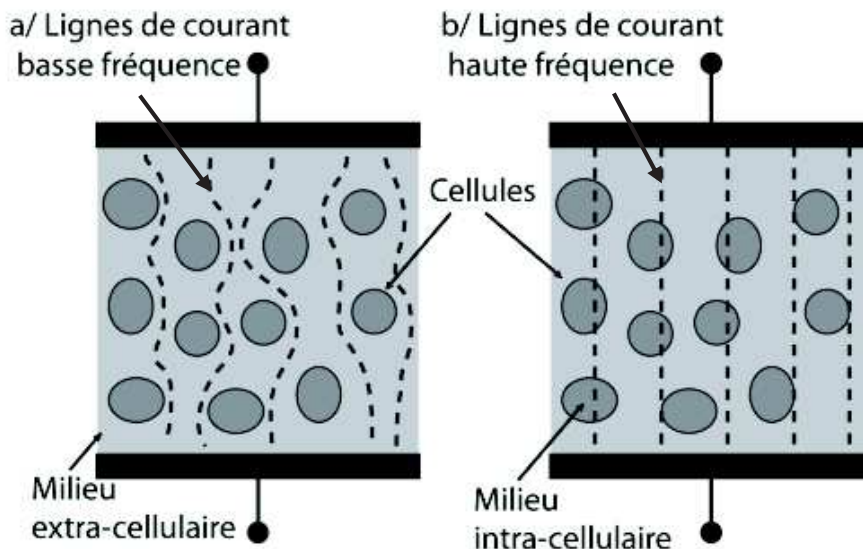


Figure 1 : Comportement des lignes de courant au sein d'un tissu biologique.

a/ cas des basses fréquences $f : f < 100$ Hz

b/ cas des hautes fréquences $f : f > 5$ MHz

Document n°2: Modèle de Fricke

L'un des premiers modèles électriques des cellules constituant les tissus biologiques a été proposé par Fricke. Dans son milieu nutritif, la cellule peut être représentée par un condensateur de capacité C (représentant la membrane), en série avec une résistance R_i (milieu interne de la cellule) le tout en parallèle sur une résistance R_m (représentant le milieu externe) (voir fig. 2).

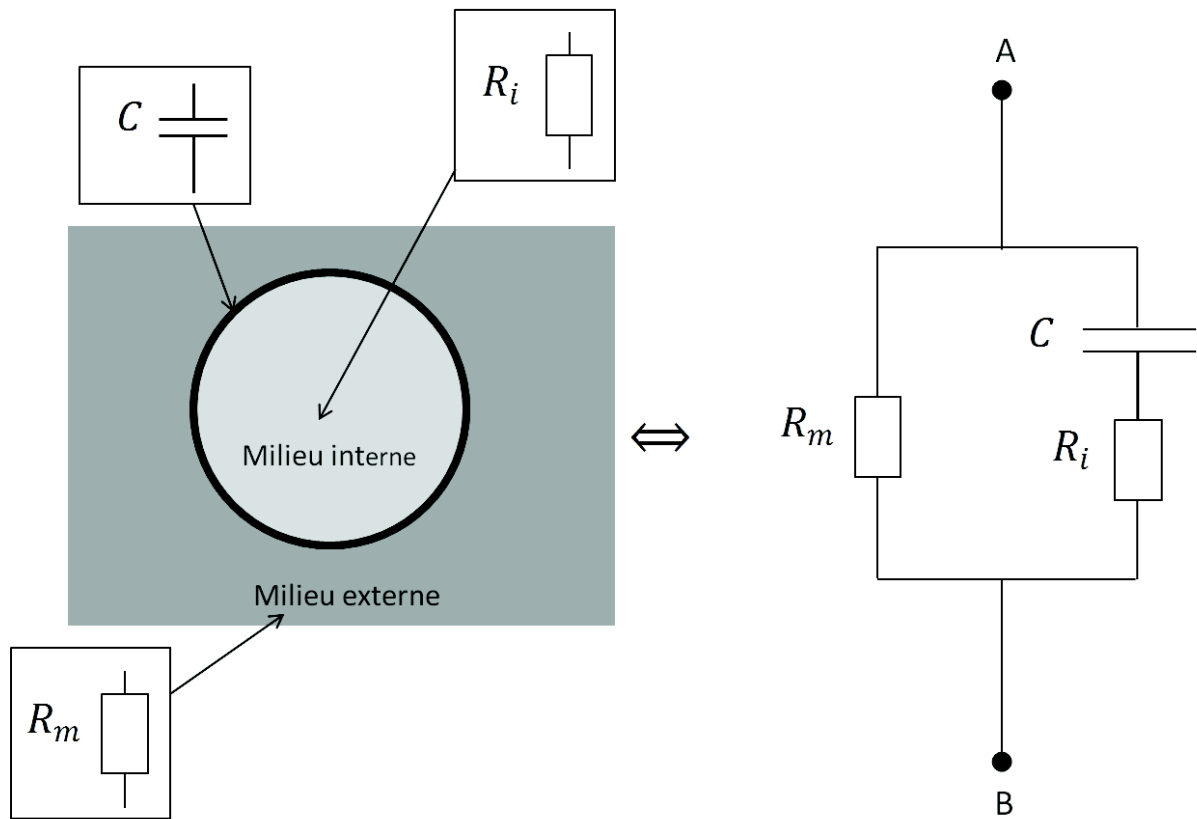


Figure 2 : Représentation par le modèle de Fricke d'une cellule biologique dans son milieu nutritif.

Valeurs des grandeurs caractéristiques des composants de ce modèle :

$$R_m = 4,4 \text{ k}\Omega \quad R_i = 250 \text{ }\Omega \quad C = 1,0 \text{ nF}$$

1. Analyse du modèle de Fricke en régime transitoire.

On réalise expérimentalement le dipôle AB du modèle de Fricke avec du matériel de laboratoire. On relie les bornes A et B à une source idéale de courant continu d'intensité $I = 1,0 \text{ mA}$. La source de courant est en série avec un interrupteur K. On ferme l'interrupteur K à la date $t = 0$ et on étudie l'évolution de la tension $u(t)$ aux bornes du dipôle AB.

1.1. Schématiser le montage.

1.2. Montrer, en justifiant, que si le condensateur est initialement déchargé, la tension $u(0^+)$ aux bornes du dipôle AB à $t = 0^+$ est donnée par :

$$u(0^+) = u_0 = \frac{R_m R_i}{R_m + R_i} I$$

1.3. Calculer la valeur de $R_{eq} = \frac{R_m R_i}{R_m + R_i}$

2. Analyse du modèle de Fricke en régime sinusoïdal forcé.

On considère maintenant le modèle de Fricke en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω . Un générateur idéal de courant délivre un courant sinusoïdal $i(t)$ de pulsation ω .

2.1. Donner les expressions des impédances complexes \underline{Z}_{R_m} et \underline{Z}_{R_i} des deux résistances ainsi que celle de l'impédance complexe \underline{Z}_C du condensateur.

Donnée : on notera j l'unité complexe telle que : $j^2 = -1$

2.2. Expression des modules des impédances complexes des composants du modèle.

2.2.1. Donner les expressions de leurs modules Z_{R_m} , Z_{R_i} et Z_C (ou la limite vers laquelle ils tendent) lorsque la fréquence f du courant tend vers les très basses fréquences, puis vers les très hautes fréquences.

2.2.2. Préciser le comportement équivalent du condensateur pour ces très basses fréquences et pour ces très hautes fréquences.

2.3. Établir l'expression \underline{Z}_{AB} de l'impédance complexe équivalente du dipôle AB et montrer que celle de son module est :

$$Z_{AB} = R_m \frac{\sqrt{1 + (R_i C \omega)^2}}{\sqrt{1 + ((R_i + R_m) C \omega)^2}}$$

2.4. Validation du modèle

2.4.1. En effectuant soit une étude de la valeur de Z_{AB} quand f tend vers les très basses fréquences puis vers les très hautes fréquences, soit une étude utilisant les résultats de la partie 2.2 (le choix est laissé au candidat), donner le modèle équivalent du dipôle AB pour ces deux domaines de fréquence.

2.4.2. En s'appuyant sur les valeurs des grandeurs des composants du modèle de Fricke, justifier alors les parcours moyens du courant électrique pour ces deux domaines de fréquence (document 1).

Partie 2 : Étude du mouvement d'une particule sphérique dans un liquide visqueux.

Un liquide visqueux est contenu dans un récipient. Le but de l'étude est d'établir la condition de la sédimentation d'un ensemble de particules, c'est-à-dire leur rassemblement au fond du récipient. Dans toute cette partie, le champ de pesanteur est noté $\vec{g} = g \vec{u}_z$ et le référentiel d'étude R est celui du laboratoire supposé galiléen. On donne $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

On considère une particule sphérique de rayon $a = 1 \text{ mm}$, constituée d'un matériau de masse volumique $\mu = 7,8 \text{ g.cm}^{-3}$. Elle est lâchée sans vitesse initiale dans le liquide visqueux de viscosité dynamique $\eta = 0,4 \text{ SI}$ et de masse volumique $\mu_0 = 0,9 \text{ g.cm}^{-3}$. On considère que les seules forces qui agissent sur la bille sont : le poids, la poussée d'Archimède et la force de frottement donnée par la loi de Stokes : $\vec{F}_f = -6\pi\eta a \vec{v}$ où \vec{v} est la vitesse de la particule dans le référentiel d'étude R .

Donnée : expression du volume d'une sphère de rayon a : $V = \frac{4}{3}\pi a^3$

1. Équation du mouvement de la particule.

- 1.1. Définir la poussée d'Archimède.
- 1.2. Énoncer les conditions de validité de la loi de Stokes.
- 1.3. En effectuant une analyse dimensionnelle, établir l'unité de la viscosité dynamique dans le système international.
- 1.4. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse \vec{v} de la particule dans le référentiel R , en y faisant apparaître les grandeurs mentionnées ci-dessus.

2. Condition de sédimentation.

- 2.1. Montrer que la bille atteint une vitesse limite \vec{v}_{lim} et calculer sa valeur.
- 2.2. Indiquer, en justifiant, à quelle condition sur μ et μ_0 il y a effectivement sédimentation.
- 2.3. Pour la sphère en mouvement dans le fluide, on définit le nombre de Reynolds par $R_e = \frac{\mu_0 a v_{lim}}{\eta}$.
Calculer le nombre de Reynolds pour l'expérience précédente et indiquer si le modèle utilisé ici pour décrire le mouvement d'une particule est acceptable.

Partie 3 : Étude d'un congélateur.

Cette partie est constituée de deux sous-parties qui peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre et d'une troisième partie de synthèse.



Un congélateur est modélisé par une machine ditherme dont le fluide réfrigérant est le siège de transferts thermiques avec une source chaude et une source froide. La source chaude est l'air ambiant à la température $T_C = 25^\circ\text{C}$ et la source froide est un échantillon d'eau pure à congeler. On notera T sa température.

source : marie-claire.fr

1. Dans une première sous-partie, on s'intéresse à la transformation suivante d'un échantillon d'eau de masse M :

- à l'état initial l'eau est liquide à la température $T = T_0 = 0^\circ\text{C} = 273,15\text{ K}$.
- à l'état final elle est solide (glace), à la même température T_0 .

La transformation s'effectue à température et pression constantes, tous les processus sont considérés comme réversibles.

La machine effectue des cycles thermodynamiques. Lors de la transformation décrite ci-dessus, le fluide réfrigérant reçoit un transfert thermique Q_C de la source chaude, et un autre, noté Q , de l'échantillon d'eau. Il reçoit également un travail W de la part du compresseur de la machine. Ces grandeurs sont des grandeurs algébriques. La puissance utile du compresseur, notée P , est supposée constante.

On note ℓ l'enthalpie massique de fusion de l'eau (appelée également chaleur massique de fusion). Elle a pour valeur : $\ell = 3,3 \times 10^5\text{ J.kg}^{-1}$.

Le but du questionnaire suivant est d'établir une expression littérale simple de la durée τ de la solidification de la masse M d'eau pure, puis de calculer sa valeur.

- 1.1. Avant toute mise en œuvre de calculs littéraux, proposer une stratégie de résolution qui permettra d'établir une expression littérale de τ ; pour cela, préciser clairement les différentes étapes envisagées.
- 1.2. Mettre en œuvre cette démarche afin d'établir l'expression de τ en fonction de M , ℓ , P , T_0 et T_C .
- 1.3. Montrer que la valeur de τ est proche de 5 min.

Données : $M = 1,0\text{ kg}$; $P = 100\text{ W}$

2. Dans une deuxième sous-partie, on s'intéresse à présent au refroidissement de l'échantillon de glace de masse M , précédemment formé, de la température T_0 à la température $T_G = -18^\circ\text{C}$. On examine le stade du processus où la température de la glace est égale à T avec ($T_G < T < T_0$).

On admet que, pour un cycle unique du fluide réfrigérant de durée dt , la température de la glace varie faiblement. On considère alors que cette température T est constante.

Tous les processus sont considérés comme réversibles.

2.1. Établir l'expression du transfert thermique δQ reçu par le fluide réfrigérant de l'échantillon de glace pendant la durée dt en fonction de T , T_C et δW , travail élémentaire reçu par le fluide du compresseur de la machine.

La capacité thermique massique de la glace est notée c' . Elle est considérée comme constante dans tout le domaine de température utile. Du fait du transfert thermique δQ , la température de la glace varie alors de la quantité dT ($dT < 0$).

2.2. Vérifier que l'expression du travail élémentaire est : $\delta W = -Mc' \frac{T_C - T}{T} dT$

2.3. Établir que l'expression du travail total W_{tot} échangé par le fluide est :

$$W = -Mc'T_C \ln\left(\frac{T_G}{T_0}\right) + Mc'(T_G - T_0)$$

2.4. En déduire l'expression de la durée τ' nécessaire pour cette transformation de l'eau en fonction de M , c' , P , T_C , T_0 et T_G ; P est la puissance utile du compresseur supposée constante

2.5. Montrer que la valeur de τ' est proche de 50 s.

Données : $M = 1,0 \text{ kg}$; $P = 100 \text{ W}$; $c' = 2,06 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

3. Synthèse : dire, en justifiant, si les modèles et les hypothèses faites pour traiter les sous-parties 1. et 2. sont acceptables.

Données :

- Un congélateur standard domestique est donné pour avoir un pouvoir de congélation moyen de 16 kg/24h.
- L'enthalpie massique de fusion des aliments (viandes, légumes, plats cuisinés ...) a une valeur moyenne de l'ordre de $2,5 \times 10^5 \text{ J.kg}^{-1}$.
- La capacité thermique massique moyenne de ces aliments a une valeur de l'ordre de $1,5 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.
- La capacité thermique massique moyenne de l'eau a une valeur de l'ordre de : $4,2 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

FIN DU SUJET