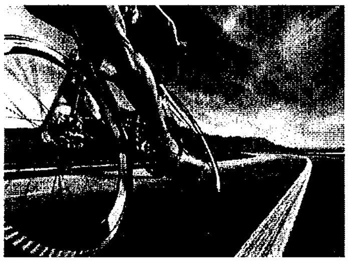
Banque « Agro-Véto »
C - 0219

PHYSIQUE
Durée : 2 heures

Rappel : l'usage de la calculatrice est autorisé.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Ascension d'un col par un cycliste.



Ce problème s'intéresse à la modélisation du mouvement d'un cycliste scientifique et des échanges thermiques dont il est sujet lors de l'ascension d'un col.
Il comporte de nombreuses parties indépendantes et ne nécessite aucune connaissance particulière en biologie.

Première partie : ascension du col, puissance mécanique mise en jeu

L'ensemble cycliste-vélo est assimilé à un point matériel A de masse $m = 75$ kg.
L'étude est réalisée dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
On note g l'intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81$ m.s^{-2}.

L'action du cycliste sur les pédales a pour conséquence une action de la route sur les roues qui, sur le point matériel A, se modélise par une force $\vec{F}$ tangente à la route, appliquée au point A et de même sens que la vitesse $\vec{V}$ du cycliste. Cette force est considérée nulle quand le cycliste ne pédale pas : on dit alors que le vélo est en roue libre.

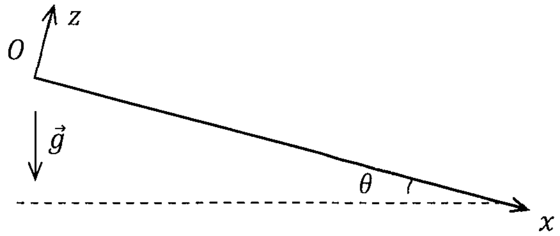
L'action de l'air sur le système est modélisée par une force $\overrightarrow{F_{air}}$ opposée au déplacement du cycliste, dont l'intensité est soit proportionnelle à la norme V de la vitesse du cycliste (modèle 1), soit proportionnelle au carré de cette norme (modèle 2) :

modèle 1 : $F_{air} = KV$ où K est une constante positive ;
modèle 2 : $F_{air} = K'V^2$ où K' est une constante positive.

La force de frottement des roues sur la route est négligée devant $\overrightarrow{F_{air}}$.

Analyse du modèle de l'action de l'air.

Afin de déterminer le modèle de l'action de l'air sur le système cycliste-vélo, le test suivant est effectué : le cycliste se place au sommet d'une descente, il démarre sans vitesse initiale et reste en roue libre. Il enregistre, grâce à un tachymètre, sa vitesse limite. Il reproduit son expérience neuf fois en modifiant sa masse grâce à des lests ajoutés sur le cadre de son vélo.
La route plane empruntée fait un angle θ par rapport à l'horizontale et est modélisée ainsi dans un repère (O,x,z) :



1. Déterminer l'unité SI de la constante K intervenant dans l'expression de la force $\overrightarrow{F_{air}}$ pour le modèle 1, puis de la constante K' pour le modèle 2.

2. Effectuer un bilan de forces s'exerçant sur le système étudié dans le cas où le vélo est en roue libre dans la descente.
3. Déterminer, pour chaque modèle, l'équation du mouvement du point matériel A dans le référentiel terrestre. On écrira ces deux équations sous la forme d'une équation différentielle vérifiée par la variable V.
4. Vérifier que, selon le modèle envisagé, le cycliste atteint une vitesse limite :
$V_{lim} = \frac{\beta}{K}$ ou $V_{lim} = \left(\frac{\beta}{K'}\right)^{1/2}$. On exprimera β en fonction de m, g, et θ.
5. À l'aide d'un tableur, le cycliste exploite ses mesures. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

m (kg)	75	77	79	80	82	84	85	87	90
$\frac{\beta}{V_{lim}}$ (USI)	5,08	5,14	5,19	5,21	5,30	5,36	5,38	5,47	5,53
$\frac{\beta}{(V_{lim})^2}$ (USI)	0,403	0,401	0,399	0,398	0,402	0,401	0,399	0,401	0,398

Indiquer quel est le modèle qui rend le mieux compte du mouvement étudié. En déduire une valeur de la constante appropriée (K ou K' selon le modèle validé).

Ascension d'un col.

À présent, le cycliste effectue l'ascension d'un col de pente moyenne telle que $\theta = 5°$. Il souhaite réaliser son parcours à une vitesse constante de 10 km.h^{-1}.

6. Quelle doit être la valeur de l'intensité de la force $\vec{F}$ pour réaliser l'ascension dans les conditions souhaitées par le cycliste ? On adopte : $K' = 0{,}400$ USI.
7. Quelle est la valeur de la puissance P développée par la force $\vec{F}$?

Deuxième partie : Thermorégulation du cycliste.

La thermorégulation est l'ensemble des phénomènes qui permettent au corps humain de conserver une température centrale constante, dans diverses conditions d'activité physique et malgré les variations de la température extérieure, dans une certaine limite.

La thermorégulation est due à des productions internes de chaleur (thermogenèse liée au métabolisme et à l'activité physique), et à des déperditions de chaleur au niveau de la peau (thermolyse) ainsi qu'à des déperditions liées à la respiration. Pour que l'organisme fonctionne correctement, la valeur de sa température intérieure T_i doit rester dans une plage assez étroite, typiquement entre 36°C et 38°C.

Le but de cette partie est de modéliser cette thermorégulation pour le cycliste réalisant l'ascension précédente alors que la température extérieure est $T_e = 30$°C.

Le métabolisme permet de produire la puissance métabolique associée à la thermogénèse. Des études montrent que cette puissance métabolique associée, notée P_{atp}, est fonction de la masse m avec :

- $P_{atp} = 4{,}1\, m^{0{,}75}$ pour un individu au repos avec m en kg et P en W.
- La valeur de cette puissance double pendant une activité physique moyenne et elle triple au cours d'une activité aussi intensive que l'ascension d'un col.

La surface du corps d'un individu de masse m et de taille h peut-être calculée par la formule de Mosteller : $S = \sqrt{\frac{h \times m}{3600}}$ où h est exprimée en cm, m en kg et S en m².

Le cycliste étudié mesure $h = 180$ cm et a une masse $m = 65$ kg. Sa surface d'échange avec l'extérieur est modélisée ici par une sphère de rayon R.

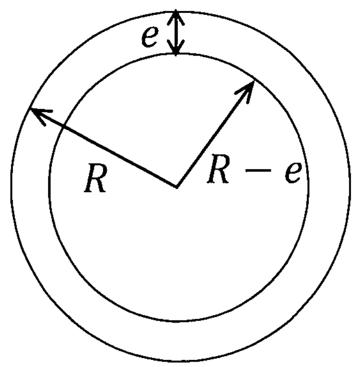
8. Déterminer la valeur du rayon R de la sphère équivalente au cycliste considéré.
Rappel : Expression de la surface d'une sphère de rayon R : $4\pi R^2$
9. Déterminer la valeur de la puissance métabolique associée à la thermogénèse au repos et à l'ascension du col. Commenter.

Afin de réguler sa température, le corps humain est capable de limiter ou de favoriser la circulation sanguine dans ses couches périphériques (vasoconstriction ou vasodilatation), le sang étant le principal responsable de l'uniformisation de la température interne (homéothermie).

On considère donc que le cycliste est représenté par une sphère de rayon R. On choisira : $R = 0{,}40$ m.

Le volume de la sphère modélisant le corps humain est décomposé en deux zones :

- une zone centrale, de rayon dont la valeur appartient à l'intervalle : $[0, R - e]$, thermorégulée, dont la température est constante et égale à T_i. C'est dans cette zone qu'est produite la puissance métabolique P_{atp}
- une zone périphérique de transition d'épaisseur e constituée de tissus faiblement irrigués, siège uniquement d'une conduction thermique radiale. La conductivité thermique de cette zone est $\lambda = 0{,}30$ USI. Dans cette zone périphérique :
  - le rayon r est tel que : $r \in [R - e, R]$,
  - la température $T(R - e) = T_i$ et $T(R) = T_{peau}$ qui est la température à la surface de la peau. On admet qu'en régime stationnaire la température dans cette zone n'est fonction que de r et on note $T(r)$ la fonction température.



On néglige l'effet thermique de la tenue textile du cycliste.

10. **Calcul de la résistance thermique de la zone périphérique** :

On se bornera, ici, à traiter le phénomène de conduction thermique uniquement dans sa dimension radiale.

10.1. La loi de Fourier.

10.1.1 Rappeler la loi de Fourier et justifier la présence du signe « – » qui y est présent.

10.1.2 Quelle est la direction de $\overrightarrow{j_{th}(r)}$, vecteur densité de flux thermique, (nommée également densité de courant thermique) ?

10.1.3 De quelle(s) variable(s) d'espace dépend la densité de flux thermique ?

10.2. Exprimer la puissance (ou flux thermique) qui traverse une surface sphérique de rayon r de la zone périphérique, en fonction de la densité de flux thermique et de r.

On étudie le phénomène de conduction thermique dans cette zone. En appliquant le premier principe de la thermodynamique à un volume compris entre les sphères de rayon r et $r + dr$, on montre que l'équation radiale de diffusion thermique, en régime stationnaire, s'écrit : $\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dT}{dr}\right) = 0$.

10.3. Vérifier alors que l'expression de la fonction température est de la forme :

$T(r) = \frac{A}{r} + B$. Déterminer l'expression des constantes A et B.

10.4. En déduire que l'expression de la résistance thermique de la zone périphérique est :

$$R_{th} = \frac{e}{4\pi\lambda R(R-e)}$$

11. Le transfert conducto-convectif.

De manière générale, la température de surface de la peau n'est pas égale à la température de l'air. Cette différence de température génère entre la peau et l'air un transfert thermique dit convectif. Ce transfert thermique est associé à des mouvements macroscopiques de l'air au voisinage de la peau. Il est caractérisé par la loi de Newton qui permet d'écrire qu'entre une surface S de peau de température T_{peau} et l'air de température T_e l'expression de la puissance échangée de la peau vers l'air (ou flux thermique) est donné par :

$$\varphi = kS\left(T_{peau} - T_e\right)$$

où k est le coefficient de transfert conducto-convectif. Il est fonction de la nature de l'interface mais aussi de la nature de la convection :

- Si l'air est au repos : $k = 5{,}0$ USI
- Si l'air est en mouvement avec une vitesse de norme V : $k = 5{,}0 + 5{,}0\,V$ USI avec V exprimée en $m.s^{-1}$.

À l'interface entre la zone périphérique de la sphère et l'air, il y a continuité du flux thermique.

11.1. Quelle justification physique peut-on donner au fait que k augmente avec la norme V de la vitesse?

11.2. Le transfert conducto-convectif permet également d'introduire une résistance thermique dont l'expression est : $R_{cc} = \frac{1}{kS}$.

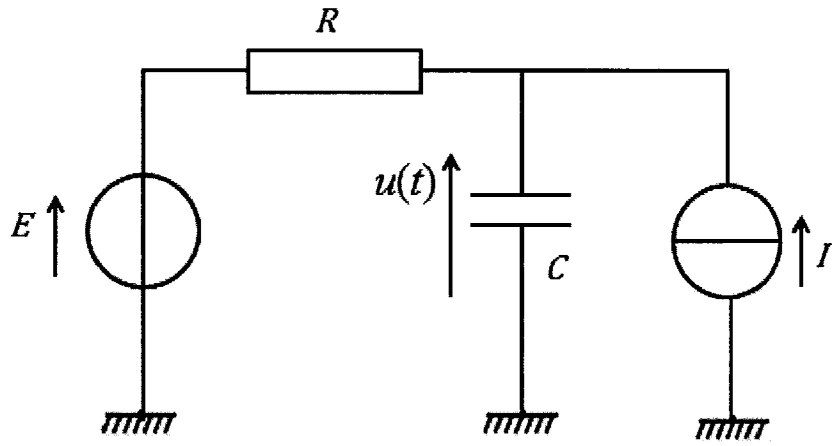
Préciser la zone à laquelle est affectée cette résistance thermique.

11.3. Proposer, en le justifiant, un modèle d'association des résistances R_{th} et R_{cc} pour obtenir la résistance thermique totale R_{tot} associée à la zone périphérique de la sphère et à celle où s'opère le transfert conduco-convectif.

11.4. Déterminer la valeur de R_{tot} pour une épaisseur $e = 5{,}0$ cm de la zone périphérique, avec $\mathrm{R} = 40$ cm dans la situation où le cycliste est au repos puis dans celle où l'air est en mouvement par rapport à lui avec $\mathrm{V} = 10$ km.h^{-1}. Commenter.

12. **Thermorégulation : un modèle électrocinétique.**

Soit le circuit électrique suivant :



Pour alléger les écritures suivantes, on notera $u(t)$: u

12.1. Montrer que la tension u vérifie l'équation : $\frac{du}{dt} + \frac{u}{RC} = \frac{I}{C} + \frac{E}{RC}$

12.2. Déterminer l'expression de la tension aux bornes du condensateur en régime permanent. Donner l'expression d'une durée caractéristique de l'établissement du régime permanent.

On propose un modèle électrocinétique de la thermorégulation d'un individu : la zone centrale de la sphère de capacité thermique C_p est représentée par le condensateur de capacité C. La tension $u(t)$ est équivalente à la température intérieure T_i du corps, tandis que le générateur de tension modélise l'action de la température extérieure T_e et que le générateur de courant représente la puissance P fournie par le métabolisme pour assurer l'effort physique. La résistance R est la résistance thermique R_{tot} de la peau.

12.3. En déduire l'expression de la température intérieure T_i atteinte en régime permanent pour le cycliste en plein effort lors d'une ascension et soumis à une température extérieure $T_e = 303$ K. Retrouver cette expression par un raisonnement thermodynamique simple.

12.4. On admettra que, pour cette ascension, R_{tot} a une valeur de l'ordre de 0,1 K.W^{-1}. Calculer T_i dans ce cas. Commenter ce résultat au regard du modèle du cycliste proposé ici pour l'étude de sa thermorégulation.

Dans les ouvrages de physiologie, on indique que le volume de la zone périphérique peut varier. En effet, le corps humain est capable de limiter ou de favoriser la circulation sanguine dans ses couches périphériques (vasoconstriction ou vasodilatation). Dans le modèle sphérique précédent, cela correspond à une variation de l'épaisseur e entre 3 et 8 cm en conservant $R = 40$ cm.

Pour un cycliste en mouvement à la vitesse $V = 10$ km.h^{-1}, développant une puissance de l'ordre de 190 W, on donne :

$R_{tot} = 0{,}08$ K.W^{-1} pour $e = 3{,}0$ cm et $R_{tot} = 0{,}19$ K.W^{-1} pour $e = 8{,}0$ cm.

12.5. Compte tenu du fait que la valeur de sa température intérieure T_i doit rester dans l'intervalle [36°C, 38°C], déterminer alors l'intervalle de température extérieure qui permettrait au cycliste, développant une puissance de 190 W, de pratiquer son ascension comme il le désire. Conclure.

13. **Le rôle de la transpiration.**

En fait, l'évaporation de la sueur joue un rôle principal dans la thermorégulation.

13.1 Expliquer en quelques lignes en quoi l'évaporation de la sueur va permettre d'améliorer considérablement la thermorégulation du cycliste en plein effort.

13.2 Au moment du Tour de France, on peut lire dans les médias que lors de l'ascension d'un col, avec une température extérieure $T_e = 30$°C, certains coureurs peuvent perdre plusieurs litres de sueur et qu'ils doivent boire de façon régulière pour éviter la déshydratation.

En s'appuyant sur des calculs simples justificatifs, dans le cadre des modèles vus précédemment et en utilisant les données suivantes, indiquer si ce propos journalistique est correct ou pas.

Données

- On note D le débit massique de sueur qui s'évapore de la peau
- Dans le domaine de température considéré ici, la valeur de l'enthalpie massique de vaporisation de la sueur est : $l_v = 2250$ kJ.kg^{-1}
- les coureurs développent des puissances de l'ordre de 400 W
- on suppose que la valeur moyenne de l'épaisseur de la zone périphérique est $e = 3{,}0$ cm
- on suppose que la présence de la sueur change peu la conducto-convection
- en plein effort, un cycliste réussit à maintenir sa température intérieure à $T_i = 37$°C.

FIN DU SUJET