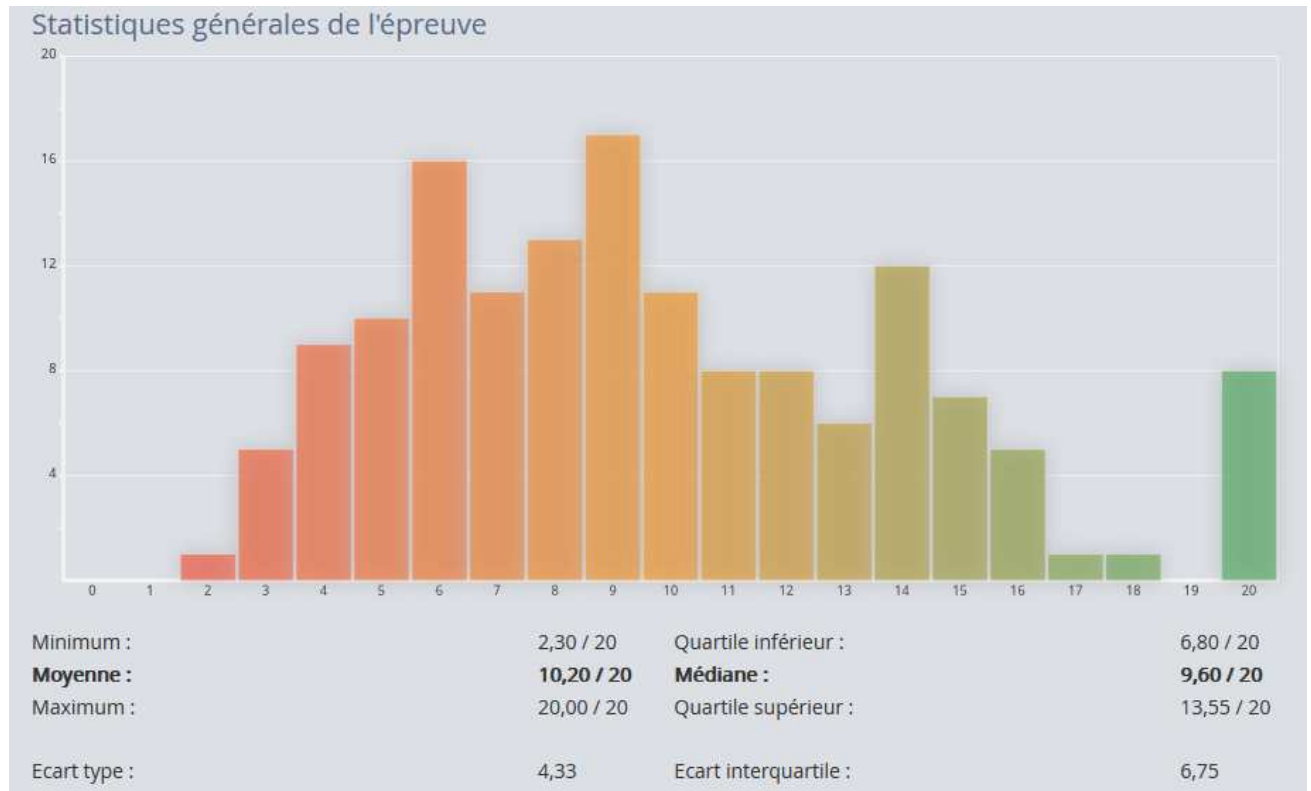


CONCOURS A-TB - 2022

Rapport de l'épreuve écrite de Méthodes de calcul et raisonnement

Statistiques de l'épreuve



L'épreuve de Calcul et Raisonnement de la session 2022 est composée de trois exercices indépendants les uns des autres, et se voulant chacun de difficulté progressive : Analyse, Algèbre, puis Probabilités. Ce découpage correspond à celui du programme.

Dans l'exercice d'Analyse, on étudie une suite définie par une intégrale.

En Algèbre, on réduit une matrice, qui s'avère être diagonalisable, en particulier car elle est symétrique réelle ; le candidat est ainsi conduit à manipuler des bases orthonormées. L'exercice amène ensuite à déterminer le commutant de cette matrice.

L'exercice de Probabilités est aussi le plus long et est composé de trois parties portant sur le thème de la loi de Poisson, indépendantes les unes des autres. La première partie traite de l'espérance et de la variance d'une somme de variables aléatoires de Poisson (au lieu de n variables, on en considère 5), la deuxième est un classique sur la somme de deux lois de Poisson indépendantes, la troisième partie est plus originale et est rarement abordée faute de temps.



CONCOURS A-TB - 2022

Rapport de l'épreuve écrite de Méthodes de calcul et raisonnement

Le sujet était long ; cela a eu deux conséquences :

- Le candidat opère souvent un choix parmi les exercices proposés. Le traitement du sujet n'est alors pas homogène entre les trois exercices. Pourtant chacun de ces exercices proposait des questions faciles à résoudre. Une pré lecture du sujet afin de repérer ces questions aurait donc été bénéfique aux candidats.
- Pour les copies dont la note est supérieure à 10, le sentiment laissé lors de la correction est que c'est davantage le temps qui a été le facteur limitant. On perçoit qu'avec une heure en plus, ces candidats auraient certainement produit davantage de contenu avec la même qualité.

Nouveauté cette année : est mis en place un système de bonus de présentation (2 points sur 80). Ces points ont été très souvent accordés. En effet les copies sont souvent soignées et bien présentées avec, en particulier, des résultats quasi-systématiquement encadrés. Parmi les rares problèmes de soin rencontrés : les copies raturées sauvagement et les copies qui ressemblent à un "puzzle", tant les réponses aux questions se présentent dans le désordre et/ou sans renvoi.

Le sujet a efficacement trié les candidats : les notes vont de 2 à 20. La répartition des notes sous forme d'histogramme présente plusieurs bosses. Ceci peut se lire comme la mise en évidence de plusieurs profils de candidats : 6/20 assez faible ; 9/20 travail sérieux et bonne application des méthodes du cours ; 14/20 sujet globalement bien traité, des idées intéressantes ; 20/20 très bonnes copies.

Les points qui ressortent de cette session :

1. Les tous meilleurs produisent de très bonnes copies auxquelles la note 20 a été attribuée. Ils sont à l'aise avec la manipulation des concepts abstraits, les situations nouvelles et montrent de solides compétences en raisonnement.
2. La majorité des candidats connaissent et appliquent correctement les méthodes apprises en cours : cela montre de leur part beaucoup de sérieux et de travail.
3. Les plus faibles d'entre eux (notes inférieures à 5/20) présentent des lacunes importantes sur des tâches basiques parfois apprises au collège.
4. Il n'y a pas de copies vides ou blanches. L'impression générale est que les candidats prennent l'épreuve au sérieux et s'y préparent correctement.



CONCOURS A-TB - 2022

Rapport de l'épreuve écrite de Méthodes de calcul et raisonnement

Les remarques des rapports précédents s'appliquent encore, et les candidats sont donc invités à les consulter. Suit maintenant une analyse de la réception du sujet par les candidats, en sélectionnant certaines questions.

Exercice d'Analyse

3 a. Manque de rigueur dans la gestion des inégalités. Ainsi le symbole \geq devient le symbole $>$,

et la multiplication d'une inégalité par un réel s'effectue sans positivité.

3 b. On accorde 0,5 points sur 2 pour vérifier que les bornes de l'intégrale sont dans le bon sens.

5. Le théorème de la limite monotone n'est pas très bien énoncé.

6. Résultat très binaire : ou bien la question a été bien traitée, ou bien elle n'a pas été traitée du tout.

7. On voit beaucoup trop de limites dépendant de n .

8 a. Bien traité... mais seulement par les candidats qui parviennent jusqu'à cette question.

8 b. L'inégalité $2nI_n \leq 1$ pose très souvent problème.

8 d. Le lien avec le reste du problème est rarement perçu.

Exercice d'Algèbre

1 a. Les valeurs propres sont données, il suffit donc de trouver les vecteurs propres au brouillon et de vérifier la définition. Du temps et de la place perdues.

1 b. La preuve qu'il s'agit d'une base est souvent faite seulement à moitié : l'un des deux caractères, libre ou générateur, est oublié.

2., 3. Bien traités

4. Il manque souvent un argument pour avoir tous les points à cette question.

5. Question souvent bloquante : les candidats se trompent, donnent la transposée de la matrice ou l'identité, ou reprennent les vecteurs propres trouvés à la première question.

6. Question charnière qui permet de voir une différence entre bonnes copies et moins bonnes copies.



CONCOURS A-TB - 2022

Rapport de l'épreuve écrite de Méthodes de calcul et raisonnement

8. La réponse seule suffisait à obtenir la totalité des points. En cas d'erreur, le sens critique du candidat sur son propre résultat est récompensé.

10. Il y a des preuves à produire, et il faut un certain recul sur l'énoncé pour y voir clair. Les candidats ayant réussi ces questions sont rares et montrent alors des qualités proprement mathématiques.

11. Question facile... à saisir.

12. Non traité

Exercice de Probabilités

Cet exercice a souvent été moins approfondi par les candidats que les deux précédents, sans doute faute de temps.

Première partie

1. Attention $E(X^2) + E(X)^2$ n'est pas la variance de la variable aléatoire X .

2. Pour justifier une égalité telle que $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$, les candidats invoquent souvent

L'indépendance de X et de Y plutôt que d'en appeler à la linéarité de l'espérance.

4. La question nécessite à la fois de développer (calcul), mais aussi d'organiser le calcul, et de penser à compter les termes. Très discriminant.

3. Beaucoup d'erreur de calculs. On a l'impression que les candidats voient comment faire mais échouent à faire.

Deuxième partie

4. Confusion entre indépendance et incompatibilité.

5. Bien fait (si fait)

Troisième partie

Essentiellement du grappillage de points.